



## Research Article

### Estimation of cross-sectional kriging for modeling and evaluation of ore reserve (Case study: Emarat Pb-Zn deposit)

Reza Ahmadi<sup>1\*</sup> , Mohammad Saleh Ahmadi<sup>1</sup>

1-Department of Mining Engineering, College of Earth Sciences Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

Received: 02 Jul 2024 Accepted: 21 Sep 2024

## Extended Abstract

### Introduction

Modeling the spatial distribution of grade and reserve estimation are the most important issues and the main goal of exploration operation. This kind of modeling depending on the amount, type and method of carried out exploration works and available exploration information, is performed using various methods. In the following situations, underground exploratory works such as exploration tunnels are carried out: 1- vertical or steep slope mineral deposits, 2- mountainous geomorphology with high altitudes and rough topography, 3- difficult or impossible situation of drilling, and 4- very high thickness or volume of overburden on the mineral deposit. In fact, in such conditions, for the most of mineral deposits there is continuity in the vertical direction whereas the changes are mostly along the horizontal surfaces. In the present research, block modeling and geostatistical reserve estimation of the Emarat Pb-Zn deposit located in the Markazi province have been carried out using log-kriging method with a different approach and a delicate technique. To achieve the goal, firstly, processing, modeling and geostatistical estimation of total Pb-Zn assay data obtained from exploratory tunnels drilled at the various elevation levels were performed as two-dimensional, separately. Then, using the gained results, three-dimensional estimation process for whole of the deposit was done. Such an approach for geostatistical estimation of a deposit grade and reserve discovered by underground exploratory works, has not been reported in any research before.

### Materials and Methods

Study deposit and available exploration data

The Emarat Pb-Zn deposit is located about 45 km southwest of Arak city, between longitudes 49°30' to 49°45' East and latitudes 33°45' to 34°0' North, in an area with the altitude of 2,180 m above sea level. The topography of the Emarat region is very uneven. Uniform stratigraphy, severe folding, absence of igneous rocks and strati-banding are the geological characteristics of the region, with the strike of folding conforming to the trend of the Zagros folding. The Emarat Pb-Zn deposit is located on the Sanandaj-Sirjan tectonic zone and the Malayer-Isfahan lead and zinc metallogenic belt. The geological units of the region are generally carbonate, shale, and marl sedimentary units from the Jurassic to Cretaceous periods, with folding and faulting, which are composed of steep slopes. In general, the Emarat Pb-Zn deposit is a synclinorium trending northwest-southeast, with a length of 1.5 km and a width ranging from 250 to 850 m. In the Emarat deposit, lead and zinc minerals are located within a calcareous siliceous layer interface of a dark gray massive limestone band in the footwall and a Cretaceous shale layer in the hanging-wall. This formation belongs to the lower or middle Cretaceous.

**Citation:** Ahmadi, R. and Ahmadi, M.S., 2025. Estimation of cross-sectional kriging for modeling and evaluation of ore reserve, *Res. Earth. Sci.* 16(1), (82-103) DOI: 10.48308/esrj.2024.236155.1229

\* Corresponding author E-mail address: R\_ahmadi@Arakut.ac.ir



In the Emarat Pb-Zn deposit, many activities containing drilling of horizontal exploratory- exploitation tunnels and crosscuts with a total length of 11,000 m in six elevation levels with a height difference of about 10 m have been carried out, whereas 1,238 Pb-Zn assay data of samples taken from the tunnels are available.

### **Cross-sectional kriging method**

From the dimensional viewpoint, in the case of two-dimensional acquisition data, such as assay data of surface samples, processing operation and geostatistical estimation with Kriging method is done as two-dimensional. There are also cases in which, although the data acquisition is three-dimensional, it is better to perform the geostatistical estimation first on two-dimensional surfaces, then the estimation results obtained from different levels are combined with each other and the final three-dimensional model is produced. This type of kriging estimation is called cross-sectional kriging, which can be done along a series of horizontal or vertical sections. Of course, its use in horizontal sections is more logical and desirable. Since in such cases there is practically no sample and consequently no data in the gap between two consecutive adjacent surfaces, and all processed and estimated data is related to samples taken from two-dimensional surfaces, therefore, the distance and spatial relationship of the data at each level is higher. So that the continuity of the deposit is better revealed at each level.

### **Log-Kriging method**

If the statistical distribution of the used data is not normal, linear kriging estimation methods cannot be employed, because in this case, there will be a correlation between variance and mean and pseudo-anisotropy appears in the strike variograms. In such conditions, it is better to normalize the data with a suitable transformation method such as logarithmic so that linear methods can be used for estimation. Next, the estimation operation is applied on the logarithm of data with the ordinary (or simple) kriging method, and then the estimated values are converted to real values with an inverse transformation. This non-linear kriging method is called log-kriging.

### **Results and Discussion**

Based on the statistical processing of total Pb-Zn assay data for the elevation levels of 2032, 2024, 1998, 1988, 1978 and 1964-1968 m separately, data distribution was known lognormal, normalized with two and three parameters logarithmic transformation. Also, plotting standard deviation against the total Pb-Zn assay data of the various elevation levels revealed dependence of the variance with mean. To analyze the spatial structure of the region, horizontal strike variograms with azimuths ranging from 25 to 135 degrees were drawn for each elevation level separately, as well as two better horizontal variograms in perpendicular directions were selected. Due to the lognormal distribution of the assay data, to avoid the appearance of pseudo-anisotropy, the variography was performed for the transformed total lead and zinc assay data. All theoretical variogram models fitted over empirical variograms are spherical type, and strike variograms in various directions have the same sill but different ranges. Therefore, the studied area has geometric anisotropy. Using variography of the different elevation levels and determination of ellipse search radii, grade of each elevation level was estimated with geostatistical cross-sectional log-kriging method for 10 by 10 m blocks as well as isograde map from estimation process was drawn. According to the isograde maps at most elevation levels of the Emarat Pb-Zn deposit, the mineral deposit grade in the eastern half is higher than the western part. Afterward, the estimation process was validated through cross-validation approach with the well-known jackknife method and kriging estimation error maps of each elevation level. In such validation method based on the variogram model, each time one of the input data (known) is estimated through the Kriging method using neighboring samples around that sample, while the estimated values are compared with the actual ones. In other words, any known data is estimated by assuming that its value is unknown. In this regard, the determination coefficient of regression between actual and estimated grade values in all cases except elevation level of 2024 is more than 0.5, indicating good correlation between the data. Thus, the estimation has a good validity.

To create block model of the deposit, a prototype grid model with size of 1110×530×265 m, cell size of 10×10×10 m and estimated assay data of different elevation levels through the advanced inverse distance weighted (AIDW) algorithm, was used. The size of blocks was set to 10\*10\*10 m based on the size and extension area of mineral deposit in each elevation level, as well as distance of the elevation levels. In AIDW algorithm, it is possible to weight the distance with different powers in various directions. In this case, weights of two and one were assigned to the data in the horizontal (exploration tunnels at each elevation level) and vertical directions (distance between different elevation levels) respectively, due to greater variety in the horizontal direction. At the end, different categories of proven, probable and prospected reserves were determined for seven cut-off grades of 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5 and 7 percent.

According to the tonnage-grade diagram of the total deposit for different categories of proven, probable and prospected reserves, the proven reserve and related average grade diagrams reveal little changes for various cut off grades locating a short distance from each other. The low changes and almost horizontal state of both two graphs are due to the high total grade of lead and zinc in the proven reserve category, discovered using more exploration activities with less estimation error.

### **Conclusion**

In this research, a new approach was used for geostatistical estimation of grade and ore reserve, in the Emarat Pb-Zn deposit. To achieve the goal, based on data mining of different elevation levels of the deposit, first a 2D geostatistical estimation was carried out using the cross-sectional log-kriging method for each elevation level, separately. Afterward, 3D block model of the deposit was created. In fact, in this study, the exploration data available on horizontal surfaces at the different elevation levels of the Emarat Pb-Zn deposit were generalized to 3D space through variography and 2D geostatistical estimation, by creating block model. The results of the research show that in some cases according to the conditions of the studied deposit and type of carried out exploration activities, modeling and estimation of ore reserve is possible more simply with optimal accuracy through the relatively new and accurate geostatistical methods. This scenario was performed by the approach of dimension reduction of estimation space and then converting the estimation space from two to three dimensions. The results of this research will be useful for all earth sciences users, including geologists, mining exploration and exploitation engineers.

**Keywords:** Cross-sectional log-kriging, Geostatistical estimation, Elevation level, Tunnel, Emarat Pb-Zn deposit.



## تخمین کریجینگ مقاطع به منظور مدلسازی و ارزیابی ذخیره معدنی (مورد مطالعه: کانسار سرب و روی عمارت)

رضا احمدی<sup>۱\*</sup>، محمد صالح احمدی<sup>۱</sup>

۱- گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران

(پژوهشی) دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۱۲ پذیرش نهایی مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۳۱

### چکیده گسترده

#### مقدمه

مدلسازی توزیع فضایی عیار و تخمین ذخیره کانسار، مهم‌ترین مسئله و هدف اصلی عملیات اکتشاف است. این نوع مدلسازی با استفاده از روش‌های مختلفی انجام می‌شود که به میزان، نوع و روش کارهای اکتشافی انجام شده و اطلاعات اکتشافی در دسترس، بستگی دارد. در شرایطی که ماده معدنی یک کانسار بصورت قائم و یا با شیب زیاد باشد؛ وضعیت ژئومورفولوژی منطقه به گونه‌ای باشد که منطقه کوهستانی بوده، دارای ارتفاعات بلند و توپوگرافی خشن باشد؛ استقرار دکل و دستگاه عملیات حفاری و در نتیجه انجام حفاری اکتشافی مشکل یا غیرممکن باشد و نیز میزان ارتفاع و حجم روباره (باطله سطحی) پوشاننده روی سطح ماده معدنی خیلی زیاد باشد، عملیات اکتشاف کانسارها بوسیله کارهای اکتشافی زیرزمینی همانند تونل‌های اکتشافی صورت می‌گیرد. در واقع در چنین شرایطی در مورد اغلب مواد معدنی، در راستای قائم پیوستگی وجود دارد و تغییرات، بیشتر در راستای سطوح افقی است. در پژوهش حاضر مدلسازی بلوکی و تخمین ذخیره زمین‌آماری کانسار سرب و روی عمارت واقع در استان مرکزی با روش لاگ کریجینگ با رویکردی متفاوت و تکنیکی ظریف صورت گرفته است. برای دستیابی به هدف ابتدا پردازش، مدلسازی و تخمین زمین‌آماری داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی حاصل از حفر تونل‌های اکتشافی در ترازهای ارتفاعی مختلف به طور جداگانه و بصورت دوبعدی صورت گرفته، سپس به کمک نتایج حاصل از این مرحله، فرآیند تخمین برای کل کانسار بصورت سه‌بعدی انجام شده است. چنین رویکردی برای تخمین زمین‌آماری عیار و ذخیره یک کانسار که با کارهای اکتشافی زیرزمینی مورد اکتشاف قرار گرفته است، قبلاً در هیچ پژوهشی گزارش نشده است.

### مواد و روش‌ها

#### کانسار مورد مطالعه و داده‌های اکتشافی در دسترس

کانسار سرب و روی عمارت در فاصله حدود ۴۵ کیلومتری جنوب غرب شهرستان اراک، بین طول‌های جغرافیایی ۳۰' ۴۹° تا ۴۵' ۴۹° شرقی و عرض‌های جغرافیایی ۴۵' ۳۳° تا ۰' ۳۴° شمالی در منطقه‌ای با ارتفاع ۲۱۸۰ متر از سطح آب دریا قرار دارد. توپوگرافی منطقه عمارت بسیار ناهموار می‌باشد؛ چینه‌شناسی یکنواخت، چین‌خوردگی شدید، فقدان سنگ‌های آذرین و استراتی‌باندبودن از ویژگی‌های زمین‌شناسی منطقه است که جهت چین‌خوردگی‌ها مطابق با روند چین‌خوردگی زاگرس می‌باشد.

استناد: احمدی، ر. و احمدی، م.ص.، ۱۴۰۴. تخمین کریجینگ مقاطع به منظور مدلسازی و ارزیابی ذخیره معدنی، پژوهشهای دانش

زمین: ۱۶(۱)، (۱۰۳-۸۲)، DOI: 10.48308/esrj.2024.236155.1229

E-mail: R\_ahmadi@Arakut.ac.ir

\* نویسنده مسئول:



کانسار سرب و روی عمارت بر روی پهنه تکتونیکی سنندج- سیرجان و کمر بند فلز زایی سرب و روی ملایر- اصفهان واقع شده است. واحدهای زمین شناسی منطقه عموماً واحدهای رسوبی کربناته و شیل و مارن متعلق به دوره ژوراسیک تا کرتاسه همراه با چین خوردگی و گسلش است که از دامنه‌های شیب دار تشکیل شده‌اند. به طور کلی کانسار سرب و روی عمارت یک ناودیس شکنجی با امتداد شمال غرب - جنوب شرق است که طول آن ۱/۵ کیلومتر و عرض آن از ۲۵۰ متر تا ۸۵۰ متر متغیر است. در کانسار عمارت، ماده معدنی سرب و روی درون یک لایه سیلیسی آهکی در مرز یک نوار سنگ آهک توده‌ای خاکستری تیره رنگ در کمر پایین و یک لایه شیلی کرتاسه در کمر بالا قرار دارد. این تشکیلات متعلق به کرتاسه تحتانی یا میانی است. در کانسار سرب و روی عمارت فعالیت‌های زیادی شامل حفر تونل‌های اکتشافی و استخراجی افقی و دستک‌ها با طول مجموع ۱۱۰۰۰ متر در شش تراز ارتفاعی با اختلاف ارتفاع حدود ۱۰ متر صورت گرفته و داده‌های عیارسنجی عناصر سرب و روی ۱۲۳۸ نمونه برداشت شده از تونل‌ها در دسترس است.

### روش کریجینگ مقاطع

از نقطه نظر ابعادی، در مورد داده‌های برداشت شده دوبعدی همانند داده‌های عیارسنجی نمونه‌های سطحی، عملیات پردازش و تخمین زمین آماری با روش کریجینگ، بصورت دوبعدی انجام می‌شود. مواردی هم وجود دارند که در آنها اگرچه برداشت داده‌ها بصورت سه‌بعدی است، اما بهتر است تخمین زمین آماری ابتدا در راستای یک سری سطوح دوبعدی انجام شود، سپس نتایج تخمین حاصل از سطوح مختلف، با یکدیگر تلفیق شده و مدل سه‌بعدی نهایی تولید گردد. به این نوع از تخمین کریجینگ، کریجینگ مقطعی گفته می‌شود که می‌تواند در راستای یک سری مقاطع افقی یا قائم صورت گیرد؛ البته استفاده از آن در مورد مقاطع افقی منطقی‌تر و مطلوب‌تر است. از آنجایی که در این گونه موارد در فاصله بین دو سطح متوالی و مجاور هم، عملاً هیچ نمونه و در نتیجه هیچ گونه داده‌ای وجود ندارد و تمامی داده‌های مورد پردازش و تخمین، مربوط به نمونه‌های برداشت شده از سطوح دوبعدی هستند، بنابراین میزان ارتباط فاصله‌ای و فضایی داده‌های هر سطح با یکدیگر بیشتر است و میزان پیوستگی کانسار در هر سطح، بهتر نمایان می‌شود.

### روش لاگ کریجینگ

اگر توزیع آماری داده‌های مورد استفاده از نوع نرمال نباشد، نمی‌توان روش‌های تخمین کریجینگ خطی را به کار گرفت، زیرا در این حالت اثر تناسب واریانس با میانگین وجود خواهد داشت و ناهمسانگردی دروغین در واریوگرام‌های امتدادی پدیدار می‌شود. در این صورت بهتر است که داده‌ها با یک روش تبدیل مناسب همانند تبدیل لگاریتمی نرمال شوند تا بتوان روش‌های خطی را برای تخمین به کار برد. بعد، عملیات تخمین با روش کریجینگ معمولی (یا ساده) بر روی لگاریتم داده‌ها اعمال می‌شود و سپس مقادیر تخمین زده شده با یک تبدیل معکوس، به مقادیر واقعی تبدیل می‌گردد. به این روش کریجینگ غیرخطی، لاگ کریجینگ گفته می‌شود.

### نتایج و بحث

بر اساس پردازش آماری داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی برای ترازهای ارتفاعی ۲۰۳۲، ۲۰۲۴، ۱۹۹۸، ۱۹۸۸، ۱۹۷۸ و ۱۹۶۸-۱۹۶۴ متر به طور جداگانه، توزیع داده‌ها از نوع لاگ نرمال بود که با تبدیل‌های لگاریتمی دو و سه پارامتری به حالت نرمال تبدیل شدند. همچنین رسم نمودار انحراف معیار در مقابل میانگین داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار، اثر تناسب واریانس با میانگین را نشان داد. برای تجزیه و تحلیل ساختار فضایی منطقه، واریوگرام‌های امتدادی افقی برای هر تراز ارتفاعی به صورت مجزا با آزمون‌هایی در بازه ۲۵ تا ۱۳۵ درجه ترسیم شد و دو واریوگرام افقی بهتر در راستاهای عمود بر هم انتخاب شدند. با توجه به لاگ نرمال بودن توزیع داده‌های عیارسنجی، به منظور اجتناب از پیدایش ناهمسانگردی دروغین، واریوگرافی برای مقادیر داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی تبدیل یافته انجام شد. تمامی مدل‌های تئوری واریوگرام منطبق بر واریوگرام‌های تجربی، از نوع کروی بوده و واریوگرام‌های امتدادی در جهات مختلف دارای سقف یکسان ولی شعاع تاثیر متفاوت هستند؛ بنابراین منطقه مورد مطالعه دارای ناهمسانگردی از نوع هندسی می‌باشد. به کمک واریوگرافی ترازهای ارتفاعی مختلف و تعیین شعاع‌های بیضی جستجو، تخمین عیار هر تراز ارتفاعی با روش زمین آماری لاگ-کریجینگ مقاطع برای بلوک‌های ۱۰×۱۰ متر انجام شد و نقشه هم‌عیار حاصل از فرایند تخمین ترسیم گردید. مطابق نقشه‌های

هم‌عیار در اغلب ترازهای ارتفاعی کانسار سرب و روی عمارت، عیار ماده معدنی در نیمه شرقی از نیمه غربی بالاتر است. سپس با رویکرد اعتبارسنجی متقابل به روش جک‌نایف و ترسیم نقشه‌های خطای تخمین کریجینگ هر تراز ارتفاعی، اعتبار فرآیند تخمین اثبات شد.

در این روش اعتبارسنجی بر اساس مدل واریوگرام، هر بار یکی از داده‌های ورودی (معلوم) با استفاده از نمونه‌های همسایگی اطراف آن نمونه به روش کریجینگ تخمین زده می‌شود و مقادیر تخمینی با مقادیر واقعی مقایسه می‌شوند. به عبارت دیگر هر مقدار معلومی با فرض اینکه مقدار آن مجهول است، تخمین زده می‌شود. در این راستا، میزان ضریب تعیین رگرسیون بین مقادیر عیار واقعی با تخمینی در تمامی موارد به جز تراز ارتفاعی ۲۰۲۴، مقداری بیش از ۰/۵ می‌باشد که نشان‌دهنده همبستگی خوب بین داده‌هاست. بنابراین تخمین صورت گرفته از درجه اعتبار مطلوبی برخوردار است. برای ایجاد مدل بلوکی کانسار، از یک مدل شبکه‌ای اولیه به ابعاد  $1110 \times 530 \times 265$  متر با سلول‌های  $10 \times 10 \times 10$  متری و داده‌های عیارسنجی تخمینی ترازهای ارتفاعی مختلف به کمک الگوریتم عکس فاصله وزن‌دار پیشرفته استفاده شده است. ابعاد بلوک‌ها براساس اندازه و ابعاد و مساحت سطح گسترش ماده معدنی در هر تراز ارتفاعی و نیز فاصله بین ترازهای ارتفاعی کانسار،  $10 \times 10 \times 10$  متر انتخاب شد. در الگوریتم عکس فاصله وزن‌دار پیشرفته امکان وزن‌دهی فاصله با توان متفاوت در جهات مختلف وجود دارد. در این مورد به داده‌های در راستاهای افقی (تونل‌های اکتشافی در هر تراز ارتفاعی) به دلیل تغییرپذیری بیشتر، وزن دو و در راستای قائم (فاصله بین ترازهای ارتفاعی مختلف) وزن یک نسبت داده شد. در نهایت رده‌های مختلف ذخایر قطعی، احتمالی و ممکن کانسار به‌ازای هفت عیار حد ۴، ۴/۵، ۵، ۵/۵، ۶، ۶/۵ و ۷ درصد تعیین شد. براساس نمودار عیار-تناژ کل کانسار برای رده‌های مختلف ذخایر قطعی، احتمالی و ممکن، نمودارهای ذخیره قطعی و متوسط عیار نظیر ذخیره قطعی کانسار به‌ازای عیاردهای مختلف، دارای تغییرات کم هستند و با فاصله اندک از یکدیگر قرار دارند. تغییرات اندک و حالت تقریباً افقی این دو نمودار به دلیل بالا بودن عیار مجموع سرب و روی کانسار در بخش ذخیره قطعی است که با استفاده از فعالیت‌های اکتشافی بیشتری اکتشاف شده و خطای تخمین آن نیز کمتر است.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش از رویکردی نوین برای تخمین زمین‌آماري عیار و میزان ذخیره کانسار سرب و روی عمارت استفاده شد. برای دستیابی به هدف، براساس داده‌کاوای ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار، ابتدا تخمین دوبعدی زمین‌آماري با روش لاگ کریجینگ مقاطع برای هر تراز ارتفاعی به‌طور جداگانه صورت گرفت و سپس مدل بلوکی سه‌بعدی کانسار ایجاد شد. در واقع در این پژوهش داده‌های اکتشافی موجود در سطوح افقی در ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار سرب و روی عمارت، از طریق واریوگرافی و تخمین زمین‌آماري دوبعدی، به کمک بلوک‌بندی و ساخت مدل بلوکی، به فضای سه‌بعدی تعمیم داده شد. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهند که در برخی از موارد برحسب شرایط کانسار مورد مطالعه و نوع فعالیت‌های اکتشافی انجام‌شده، می‌توان عملیات مدلسازی و تخمین ذخیره کانسار را با استفاده از روش‌های نوین و دقیق زمین‌آماري به‌طور ساده‌تر و البته با دقت مطلوب انجام داد. این فرآیند، با رویکرد کاهش بعد فضای تخمین و سپس تبدیل فضای تخمین از دو به سه‌بعد انجام می‌گیرد. نتایج این پژوهش برای تمام کاربران علوم زمین شامل زمین‌شناسان، مهندسين اکتشاف و استخراج معدن مفید خواهد بود.

**واژگان کلیدی:** لاگ کریجینگ مقطعی، تخمین زمین‌آماري، تراز ارتفاعی، تونل، کانسار سرب و روی عمارت.

### مقدمه

فعالیت‌های اکتشافی عموماً اقداماتی همانند تهیه نقشه‌های توپوگرافی - زمین‌شناسی، حفر ترانشه، اوکلون، چاهک، چاه، تونل، دستک، چال نیمه‌عمیق، گمانه عمیق و غیره می‌باشند. هدف از انجام عملیات اکتشافی در هر کانسار علاوه بر تشخیص کیفیت ماده معدنی، تعیین شکل هندسی

هر کانسار دارای مشخصه‌هایی مانند عیار، ضخامت، عمق و مانند آنهاست که در حقیقت توسط آنها تعریف می‌شود. برای شناسایی، پی‌جویی، اکتشاف و ارزیابی ذخایر کانسارهای معدنی، فعالیت‌های مختلفی انجام می‌شود. این

در مراحل بعدی برای هدف استخراج ماده معدنی نیز از آنها استفاده می‌شود. در پژوهش حاضر مدلسازی بلوکی و تخمین ذخیره زمین‌آماری کانسار سرب و روی عمارت واقع در استان مرکزی با روش لاگ کریجینگ با رویکردی متفاوت و تکنیکی ظریف صورت گرفته است. برای دست‌یابی به هدف ابتدا پردازش، مدلسازی و تخمین زمین‌آماری داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی حاصل از حفر تونل‌های اکتشافی در ترازهای ارتفاعی مختلف به‌طور جداگانه و بصورت دوبعدی صورت گرفته، سپس به‌کمک نتایج حاصل از این مرحله، فرآیند تخمین برای کل کانسار بصورت سه‌بعدی انجام شده است. چنین رویکردی برای تخمین زمین‌آماری عیار و ذخیره یک کانسار که با کارهای اکتشافی زیرزمینی، مورد اکتشاف قرار گرفته است، قبلاً در هیچ پژوهشی گزارش نشده است.

### مواد و روش‌ها

#### موقعیت جغرافیایی و زمین‌شناسی کانسار

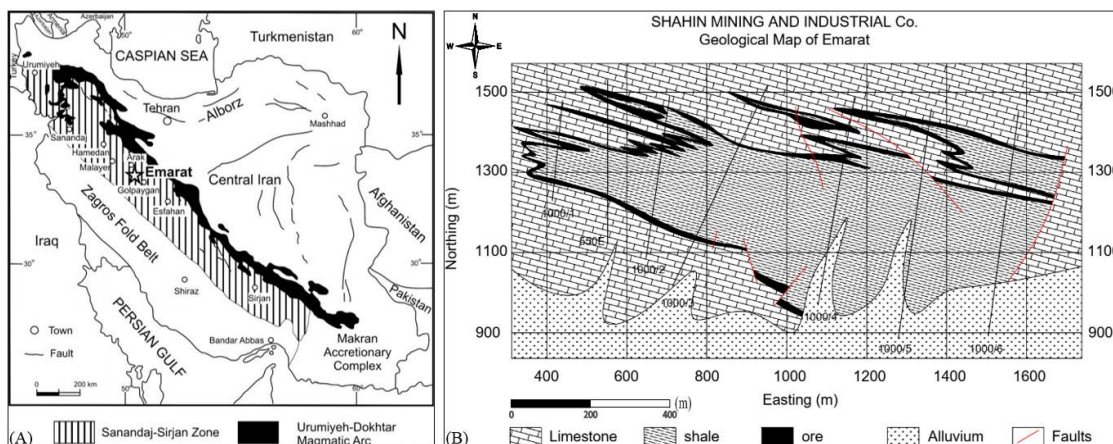
کانسار سرب و روی عمارت مطابق شکل ۱ الف در فاصله حدود ۴۵ کیلومتری جنوب‌غرب شهرستان اراک، بین طول‌های جغرافیایی  $30^{\circ} 49'$  تا  $45^{\circ} 49'$  شرقی و عرض‌های جغرافیایی  $33^{\circ} 45'$  تا  $34^{\circ} 00'$  شمالی در منطقه‌ای با ارتفاع ۲۱۸۰ متر از سطح آب دریا قرار دارد. توپوگرافی منطقه عمارت بسیار ناهموار می‌باشد؛ چینه‌شناسی یکنواخت، چین‌خوردگی شدید، فقدان سنگ‌های آذرین و استراتی‌باندبودن (Karimpour and Saadat, 2004) از ویژگی‌های زمین‌شناسی منطقه است (Ehya et al, 2010; Rastad, 1981) که جهت چین‌خوردگی‌ها مطابق با روند چین‌خوردگی زاگرس می‌باشد. کانسار سرب و روی عمارت بر روی پهنه تکتونیکی سندانج - سیرجان و کمربند فلزایی سرب و روی ملایر - اصفهان واقع شده است (شکل ۱ الف). واحدهای زمین‌شناسی منطقه عموماً واحدهای رسوبی کربناته و شیل و مارن متعلق به دوره ژوراسیک تا کرتاسه همراه با چین‌خوردگی و گسلش است که از دامنه‌های شیب‌دار تشکیل شده‌اند (Melakpour, 2009). به‌طور کلی کانسار سرب و روی عمارت یک ناودیس شکنجی با امتداد شمال‌غرب - جنوب‌شرق است که طول آن ۱/۵ کیلومتر و عرض آن از ۲۵۰ متر تا ۸۵۰ متر متغیر است (Faraji, 2009). در کانسار عمارت، ماده معدنی سرب و روی درون

تقریبی، حدود گسترش ماده معدنی و نهایتاً برآورد ذخیره می‌باشد (Dimitrakopoulos, 2020; Jones et al, 2019). شناخت کامل‌تر توده‌های کانساری، ساختار آنها، نحوه جهت‌یافتگی و گسترش فضایی آنها به کمک مدلسازی سه‌بعدی کانسارها امکان‌پذیر است (Ahmadi, 2010). مدلسازی توزیع فضایی عیار و تخمین ذخیره کانسار، مهم‌ترین مسئله و هدف اصلی عملیات اکتشاف است (Ataepour, 2019; Erickson, 1992). این نوع مدلسازی با استفاده از روش‌های مختلفی انجام می‌شود که به میزان، نوع و روش کارهای اکتشافی انجام‌شده و اطلاعات اکتشافی در دسترس بستگی دارد. از آنجایی که در تمام این روش‌ها، فرآیند تخمین بر اساس اطلاعات اکتشافی محدود انجام می‌پذیرد، بنابراین همواره با مقداری خطا همراه است. به همین دلیل تخمین ذخیره و مدلسازی هرچه واقعی‌تر، همواره مورد توجه کاربران و پژوهشگران این شاخه از علم می‌باشد. به دلیل پیچیدگی‌های زمین‌شناسی موجود و حجم زیاد داده‌ها، زمان‌بر بودن و مشکل بودن محاسبات مربوطه، این کار اغلب با استفاده از نرم‌افزارهای تخصصی، سریع‌تر و دقیق‌تر صورت می‌گیرد. از آنجایی که در اغلب مواقع اکتشاف کانسار به‌وسیله فعالیت‌های اکتشافی گوناگونی انجام می‌شود، بنابراین همواره انتخاب اصولی مراحل پردازش داده‌های اکتشافی حاصل از کارهای اکتشافی مختلف به‌ویژه از نوع زیرزمینی و روش تخمین درست، لازم و ضروری است. در شرایطی که ماده معدنی یک کانسار بصورت قائم و یا با شیب زیاد باشد؛ وضعیت توپوگرافی و ژئومورفولوژی منطقه به‌گونه‌ای باشد که منطقه کوهستانی بوده، دارای ارتفاعات بلند و توپوگرافی خشن باشد؛ استقرار دکل و دستگاه عملیات حفاری و در نتیجه انجام عملیات حفاری اکتشافی مشکل یا امکان‌پذیر نباشد و نیز میزان ارتفاع و حجم روباره (باطله سطحی) پوشاننده روی سطح ماده معدنی خیلی زیاد باشد، عملیات اکتشاف کانسارها به‌وسیله کارهای اکتشافی زیرزمینی همانند تونل‌های اکتشافی صورت می‌گیرد. معمولاً این فرآیند در ترازهای ارتفاعی مختلف و با طراحی درست و اصولی فواصل بین ترازها صورت می‌گیرد. در واقع در چنین شرایطی در مورد اغلب مواد معدنی، در راستای قائم پیوستگی وجود دارد و تغییرات، بیشتر در راستای سطوح افقی است. در صورت استفاده از تونل‌ها برای انجام عملیات اکتشاف، اغلب

روش‌های تخمین زمین‌آماری از جدیدترین و دقیق‌ترین روش‌های تخمین ذخیره به‌ویژه برای انواع کانسارهای فلزی با ارزش همانند سرب و روی هستند. به‌طور کلی در روش‌های زمین‌آماری به بررسی آن دسته از متغیرها پرداخته می‌شود که ساختار فضایی از خود بروز می‌دهند و تخمین براساس ساختار فضایی موجود در محیط انجام می‌شود. بدین صورت که ابتدا به بررسی وجود یا نبود ساختار فضایی بین داده‌ها پرداخته می‌شود، سپس در صورت وجود ساختار فضایی، تحلیل داده‌ها انجام می‌گیرد (Hassani-Pak and Sharafodin, 2001). پایه و اساس روش‌های زمین‌آماری، متغیر ناحیه‌ای، تجزیه و تحلیل ساختار فضایی و انجام تخمین‌ها با استفاده از روش کریجینگ می‌باشد. کریجینگ بهترین تخمین‌زن خطی نا اریب با کمترین واریانس تخمین و مبتنی بر منطق میانگین متحرک وزن‌دار می‌باشد. روش‌های تخمین زمین‌آماری خود به دو دسته روش‌های خطی و غیرخطی تقسیم می‌شوند. روش کریجینگ معمولی از جمله روش‌های خطی و روش‌های لاگ کریجینگ<sup>۲</sup>، کریجینگ شاخص<sup>۳</sup> و کریجینگ گسسته<sup>۴</sup> از مهم‌ترین روش‌های غیرخطی زمین‌آماری هستند (Ahmadi, 2011). هر یک از این روش‌ها دارای پیچیدگی‌های خاص خود بوده و برای یک‌سری داده بسته به شرایط، یک یا چند تا از این روش‌ها به‌طور متناسب، قابل استفاده خواهند بود. به‌هرجهت در تمام این روش‌ها انتخاب بهینه پارامترهای تخمین، نقش مهمی در دقت محاسبات دارد.

یک لایه سیلیسی آهکی در مرز یک نوار سنگ‌آهک توده‌ای خاکستری تیره‌رنگ در کمرباطین و یک لایه شیلی کرتاسه در کمربالا قرار دارد. این تشکیلات متعلق به کرتاسه تحتانی یا میانی است (Rajabi et al, 2012). ماده معدنی بصورت رگه‌ای و لایه‌ای شکل با ضخامت سه تا شش متر (میانگین چهار متر) بوده، اما چین‌خوردگی کوچک مقیاس باعث افزایش ضخامت آن به‌طور محلی شده است. کانی‌های شاخص منطقه اغلب شامل اسفالریت و گالن با مقادیر جزئی پیریت، کالکوپریت، کلسیت، کوارتز و دولومیت است. شکل ۱ب نقشه زمین‌شناسی سطحی ساده شده کانسار سرب و روی عمارت را نشان می‌دهد که بر روی این نقشه چهار واحد سنگ‌شناختی سنگ‌آهک، شیل، آبرفت و کانه مشاهده می‌شود. در کانسار عمارت مانند آنچه در کانسارهای پورفیری و نظایر آن دیده می‌شود، تغییرات تدریجی کاهش یا افزایش عیار در سنگ میزبان وجود ندارد، بنابراین در این کانسار مرز رگه معدنی و سنگ‌های میزبان تیز است. درباره منشأ اولیه سرب‌وروی این کانسار، نحوه حمل، تجمع و رسوب کانی‌ها، نظرات مختلفی ارائه شده است. شواهد نشان می‌دهد که کانه جایگزین سنگ میزبان شده، بنابراین کانسار از نوع دیرزاد است. داده‌های موجود نشان می‌دهند که کانسار سرب‌وروی عمارت بسیاری از ویژگی‌های مهم کانسارهای سرب‌وروی نوع دره می‌سی سی‌پی<sup>۱</sup> را دارد، بنابراین باید آن را یک کانسار MVT دانست (Ehya et al, 2010).

### روش کریجینگ مقاطع



شکل ۱: الف: نقشه موقعیت جغرافیایی و جایگاه زمین‌شناسی، ب: نقشه زمین‌شناسی ساده شده کانسار سرب و روی عمارت (Melakpour, 2009).

Fig. 1: A: Geographical location and geological setting map, B: simplified geological map of the Emarat Pb-Zn deposit (Melakpour, 2009).



تبدیل لگاریتمی یکی از روش‌های معمول است که در بسیاری از موارد کاربرد دارد. در این روش عملیات تخمین با استفاده از روش‌های کریجینگ معمولی (یا ساده) بر روی لگاریتم داده‌ها اعمال می‌شود و سپس مقادیر تخمین‌زده شده با یک تبدیل معکوس، به مقادیر واقعی تبدیل می‌گردد.

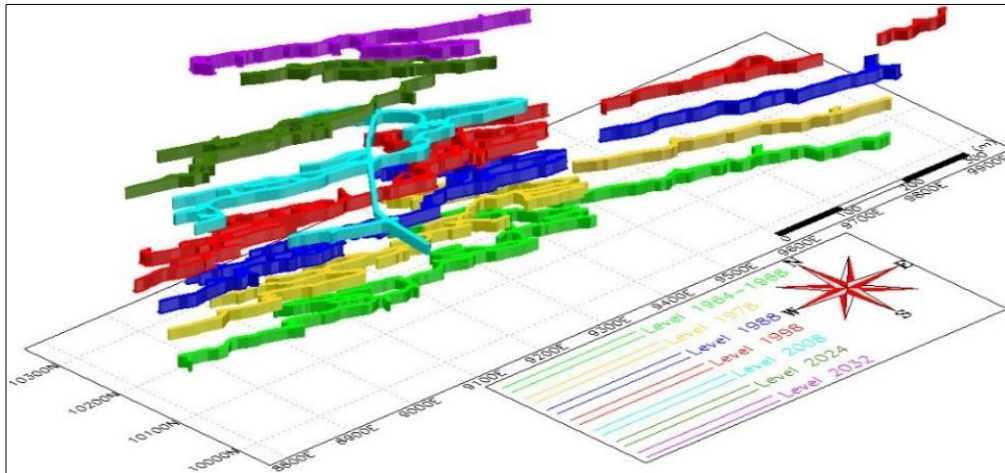
#### داده‌های اکتشافی مورد استفاده

در کانسار سرب و روی عمارت فعالیت‌های اکتشافی زیادی انجام شده که مهم‌ترین آنها حفر تونل‌های اکتشافی و استخراجی افقی و دستک‌ها (با طول کلی حدود ۱۱۰۰۰ متر) در ترازهای ارتفاعی مختلف، برداشت زمین‌شناسی، نقشه‌برداری و تهیه نقشه‌های زمین‌شناسی ترازهای ارتفاعی مختلف، نمونه‌گیری از داخل تونل‌های اکتشافی و عیارسنجی آنها (برداشت نمونه در هر ۱۰ متر پیشروی تونل به تعداد ۱۲۳۸ نمونه اکتشافی در مجموع) است. تونل‌های اکتشافی افقی با سطح مقطع ۲۰ تا ۲۲ مترمربع اغلب دنباله‌روی رگه هستند، بنابراین اطلاعات خوبی همانند عیار، طول و عرض، چین‌خوردگی، گسل‌خوردگی و سایر موارد زمین‌شناسی در دسترس می‌باشد. این تونل‌ها در ترازهایی با اختلاف ارتفاع حدود ۱۰ متر حفاری شده‌اند. در شکل ۲ نمایی از تونل‌های حفرشده در ترازهای ارتفاعی ۲۰۳۲، ۲۰۲۴، ۱۹۹۸، ۱۹۸۸، ۱۹۷۸ و ۱۹۶۴-۱۹۶۸ متری کانسار سرب و روی عمارت نشان داده شده است. شکل ۳ نقشه طبقاتی زمین‌شناسی ترازهای ارتفاعی ۲۰۲۴، ۱۹۸۸، ۱۹۶۸-۱۹۶۴ و ۱۹۴۰ متری کانسار سرب و روی عمارت را به عنوان نمونه نشان می‌دهد. در این نقشه‌ها علاوه بر نمایش واحدهای سنگی تشکیل‌دهنده منطقه و گسل‌های موجود در هر تراز ارتفاعی، موقعیت تونل‌های اکتشافی حفرشده در آن تراز ارتفاعی نیز نمایش داده شده است. مطابق این شکل، زمین‌شناسی منطقه در ترازهای ارتفاعی مختلف، ساده و یکنواخت بوده و تماماً از سه واحد سنگ‌آهک، کانه (ماده معدنی) و شیل تشکیل شده است. در حقیقت شناسایی واحدهای سنگی و ترسیم نقشه‌های زمین‌شناسی در ترازهای ارتفاعی مختلف مطابق این شکل، براساس اطلاعات اکتشافی حاصل از بررسی‌های اولیه و نیز طراحی و حفر تونل‌های اکتشافی افقی در ترازهای ارتفاعی مختلف صورت گرفته است.

از نقطه‌نظر ابعادی، در مورد داده‌های برداشت شده دوبعدی همانند داده‌های عیارسنجی نمونه‌های سطحی، عملیات پردازش و تخمین زمین‌آماری با روش کریجینگ، بصورت دوبعدی انجام می‌شود. در اغلب مواقع داده‌های برداشتی نظیر داده‌های عیارسنجی حاصل از حفر گمانه‌های اکتشافی، بصورت سه‌بعدی بوده و لازم است که فرآیند پردازش و تخمین زمین‌آماری نیز بصورت سه‌بعدی صورت گیرد. مواردی هم وجود دارند که در آنها اگرچه برداشت داده‌ها بصورت سه‌بعدی است، اما بهتر است که تخمین زمین‌آماری ابتدا در راستای یک سری سطوح دوبعدی بصورت جداگانه و مجزا از یکدیگر انجام شود، سپس نتایج تخمین حاصل از سطوح مختلف، با یکدیگر تلفیق شده و مدل سه‌بعدی نهایی تولید گردد. به این نوع از تخمین کریجینگ، کریجینگ مقطعی گفته می‌شود که می‌تواند در راستای یک سری مقاطع افقی یا قائم صورت گیرد؛ البته استفاده از آن در مورد مقاطع افقی منطقی‌تر و مطلوب‌تر است. از آنجایی که در این‌گونه موارد در فاصله بین دو سطح متوالی و مجاور هم، عملاً هیچ نمونه و در نتیجه هیچ‌گونه داده‌ای وجود ندارد و تمامی داده‌های مورد پردازش و تخمین، مربوط به نمونه‌های برداشت‌شده از سطوح دوبعدی هستند، بنابراین میزان ارتباط فاصله‌ای و فضایی داده‌های هر سطح با یکدیگر بیشتر است و میزان پیوستگی کانسار در هر سطح، بهتر نمایان می‌شود. در نتیجه این موضوع منجر به افزایش دقت عملیات واریوگرافی (بواسطه فرم منظم‌تر مقادیر واریوگرام‌های تجربی و انطباق بیشتر واریوگرام‌های تئوری بر آنها) و در نهایت تخمین زمین‌آماری می‌شود. علاوه بر این، مزیت دیگر این روش آن است که در این‌گونه موارد عملیات واریوگرافی و تخمین زمین‌آماری از حالت سه‌بعدی به دوبعدی تبدیل شده و در نتیجه با کاهش بعد، انجام فرآیند ساده‌تر می‌گردد.

#### لاگ کریجینگ

اگر توزیع آماری داده‌های مورد استفاده از نوع نرمال نباشد، نمی‌توان روش‌های کریجینگ خطی را به کار گرفت، زیرا در این حالت اثر تناسب واریانس با میانگین وجود خواهد داشت و ناهمسانگردی دروغین در واریوگرام‌های امتدادی پدیدار می‌شود (Hassani-pak, 1998). در این صورت بهتر است که داده‌ها با یک روش تبدیل مناسب نرمال شوند تا بتوان روش‌های خطی را برای تخمین به کار برد. روش



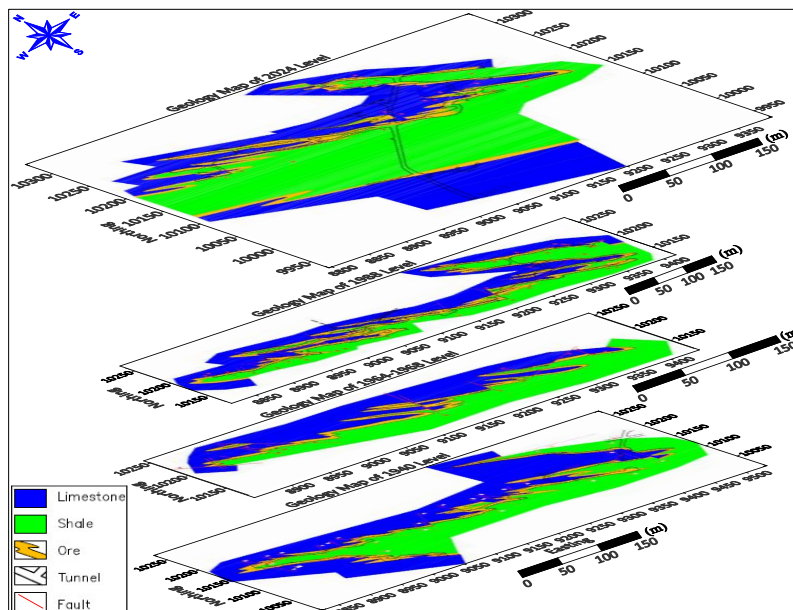
شکل ۲: نقشه سه‌بعدی تونل‌های ترازهای ارتفاعی ۱۹۶۴-۱۹۶۸، ۱۹۷۸، ۱۹۸۸، ۱۹۹۸، ۲۰۲۴، ۲۰۳۲ متری کانسار سرب و روی عمارت.  
 Fig. 2: 3D map of the tunnels dug at the levels of 2032, 2024, 2008, 1998, 1988, 1978 and 1964-1968 m of the Emarat Pb-Zn deposit.

### نتایج

#### پردازش آماری اولیه داده‌ها

به‌منظور بررسی ویژگی‌های آماری و تعیین نحوه توزیع داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی نمونه‌های برداشت

شده از داخل تونل‌ها، تجزیه و تحلیل آماری بر روی این متغیر صورت گرفت. آماره‌های توصیفی داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی در جدول ۱ خلاصه شده است.



شکل ۳: نقشه طبقاتی زمین‌شناسی ترازهای ارتفاعی ۱۹۴۰، ۱۹۶۴-۱۹۶۸، ۱۹۸۸، ۲۰۲۴ متری (به ترتیب از بالا به پایین) کانسار سرب و روی عمارت (After Faraji, 2009).

Fig. 3: Geological stratified map of 2024, 1988, 1964-1968 and 1940 m levels of the Emarat Pb-Zn deposit (from top to bottom, respectively) (After Faraji, 2009).

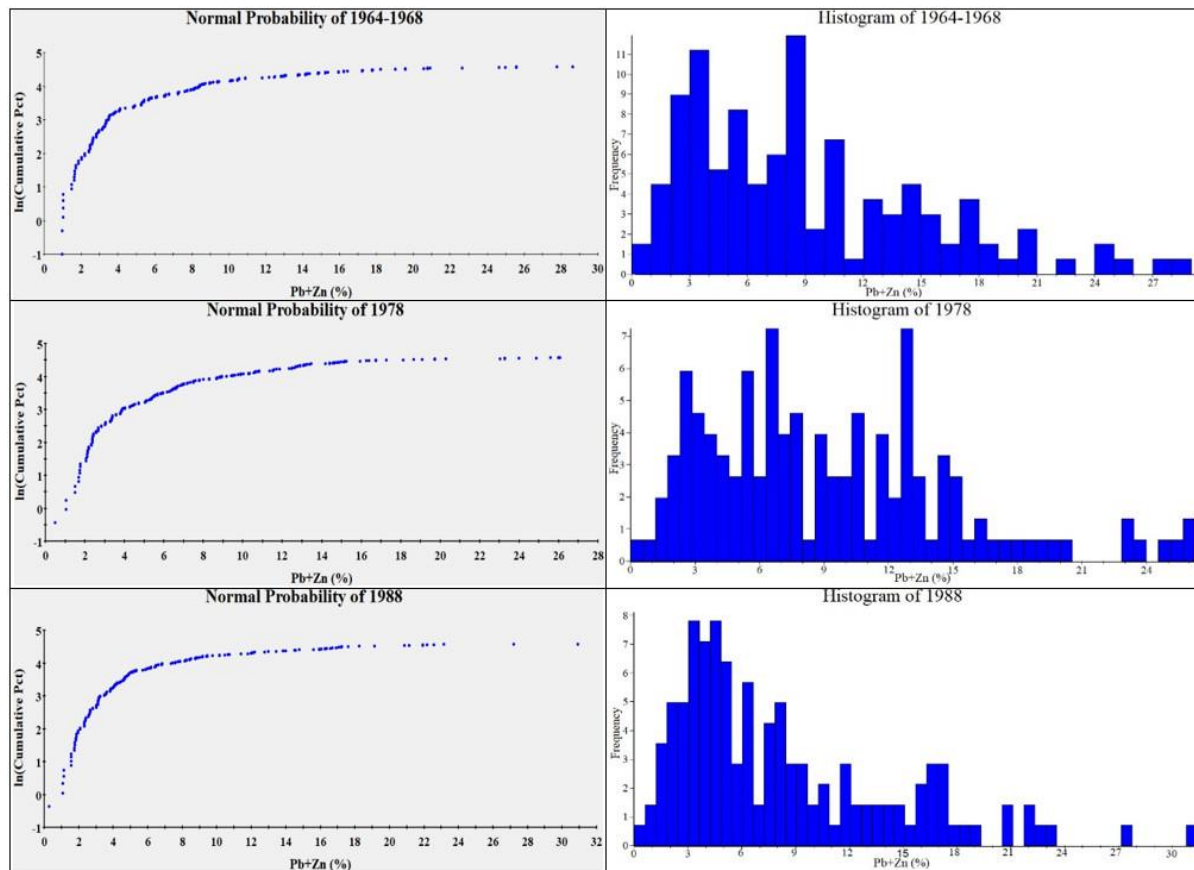
داده‌های جدول ۱ و نمودارهای شکل ۴ توزیع داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی از نوع نرمال نیست.

در شکل ۴ نیز نمودارهای هیستوگرام و توزیع احتمال جمع‌ی داده‌ها برای سه تراز ارتفاعی ۱۹۶۴-۱۹۶۸، ۱۹۷۸ و ۱۹۸۸ متر به‌عنوان نمونه، نشان داده شده است. براساس

جدول ۱: پارامترهای آماری مقادیر عیارسنجی مجموع سرب و روی ترازهای ارتفاعی مختلف.

Table 1: Statistical parameters of total lead and zinc assay data at different elevation levels.

Elevation level	Number	Min (%)	Max (%)	Mean (%)	Median (%)	Mode (%)	Variance (% <sup>2</sup> )	S.D. (%)	C.V. (%)	Skewness	Kurtosis
1964-1968	268	0.950	28.590	9.023	7.980	-	38.708	6.222	0.690	1.014	0.557
1978	304	0.440	26.020	9.133	7.765	-	32.605	5.710	0.625	0.912	0.584
1988	282	0.230	30.880	8.281	6.400	-	36.450	6.037	0.729	1.194	1.064
1998	292	0.810	42.270	9.248	7.540	7.250	44.842	6.696	0.724	1.629	3.848
2024	68	1.280	26.430	9.429	8.275	-	32.274	5.681	0.603	1.164	1.081
2032	24	1.320	21.120	9.891	10.460	11.470	30.200	5.495	0.556	0.333	-0.205

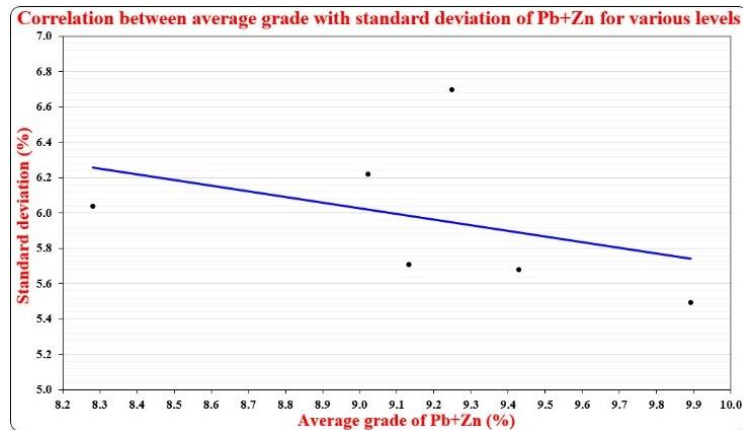


شکل ۴: نمودار هیستوگرام و توزیع احتمال تجمعی داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی سه تراز ارتفاعی ۱۹۶۴-۱۹۶۸، ۱۹۷۸ و ۱۹۸۸ متر.

Fig. 4: Histogram and cumulative probability distribution of total lead and zinc assay data for three elevation levels of 1964-1968, 1978 and 1988 m.

مقادیر انحراف معیار و میانگین داده‌ها ارتباط مستقیمی وجود دارد. بنابراین قبل از انجام هرگونه عملیات پردازش و تخمین بر روی داده‌ها در مراحل بعد، ابتدا بایستی تبدیل لگاریتمی بر روی داده‌ها صورت گیرد.

همچنین برای بررسی وجود روند در داده‌ها و اثر تناسب واریانس با میانگین (Madani, 1995)، در شکل ۵ نمودار پراکندگی مقادیر انحراف معیار در مقابل میانگین داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی تمام ترازهای ارتفاعی، ترسیم شد. با توجه به این نمودار مشاهده می‌شود که بین



شکل ۵: نمودار پراکندگی مقادیر انحراف معیار در مقابل میانگین داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی ترازهای ارتفاعی مختلف.  
Fig. 5: Scatter plot of standard deviation versus mean of total lead and zinc assay data at different elevation levels.

داده‌های جدول ۲ و نمودارهای شکل ۶، داده‌های تبدیل یافته به صورت مطلوبی نرمال شده‌اند (داده‌های عیارسنجی ترازهای ارتفاعی ۲۰۲۴ و ۲۰۳۲ به کمک تبدیل سه پارامتری و داده‌های سایر ترازها با تبدیل دوپارامتری به نرمال تبدیل شدند).

در جدول ۲ پارامترهای آماری داده‌های تبدیل یافته دوپارامتری و سه پارامتری مقادیر عیارسنجی مجموع سرب و روی ترازهای ارتفاعی مختلف، خلاصه شده است. شکل ۶ نیز به عنوان نمونه نمودارهای هیستوگرام و توزیع احتمال تجمعی داده‌های تبدیل یافته را برای سه تراز ارتفاعی ۱۹۶۸-۱۹۶۴، ۱۹۷۸ و ۱۹۸۸ متر نشان می‌دهد. مطابق

جدول ۲: پارامترهای آماری مقادیر تبدیل یافته عیارسنجی مجموع سرب و روی.

Table 2: Statistical parameters of converted total lead and zinc assay data.

Elevation level	Number	Min (%)	Max (%)	Mean (%)	Median (%)	Mode (%)	Variance (% <sup>2</sup> )	S.D. (%)	C.V. (%)	Skewness	Kurtosis
1964-1968	268	-0.051	3.353	1.940	2.077	-	0.588	0.767	0.395	-0.402	-0.396
1978	304	-0.821	3.259	1.988	2.050	-	0.530	0.728	0.366	-0.714	0.603
1988	282	-1.470	3.430	1.839	1.856	-	0.622	0.789	0.429	-0.542	1.047
1998	292	-0.211	3.744	1.976	2.020	1.981	0.537	0.733	0.371	-0.280	-0.049
2024	68	3.269	3.940	3.527	3.505	-	0.024	0.155	0.044	0.799	0.231
2032	24	4.148	4.420	4.272	4.283	4.297	0.006	0.076	0.018	0.159	-0.383

داده شده و ویژگی‌های این واریوگرام‌ها نیز در جدول ۳ خلاصه شده است. در این جدول مشخصاتی همانند بهترین مدل تئوری انطباق یافته بر مقادیر واریوگرام تجربی، طول گام، میزان تفرانس زاویه‌ای، اثر قطعه‌ای، سقف، شعاع تاثیر مدل تئوری برازش یافته و مقادیر  $r^2$  و RSS نیز در جدول ارائه شده است که  $r^2$  همان ضریب تعیین<sup>۵</sup> و RSS میانگین مجموع مربعات باقی مانده<sup>۶</sup> (اختلاف بین مقادیر واقعی و تخمینی) می‌باشد. پارامتر RSS با رابطه ۱ تعریف می‌شود و مزیتش آن است که در این پارامتر مقدار عددی و ساختار همبستگی در محاسبه دخالت دارند (Yates and Warrick, 1987). در این رابطه  $Z(x_i)$  مقدار واریوگرام تجربی محاسبه شده و  $Z^*(x_i)$  مقدار واریوگرام تئوری انطباق یافته است.

### تجزیه و تحلیل ساختار فضایی منطقه

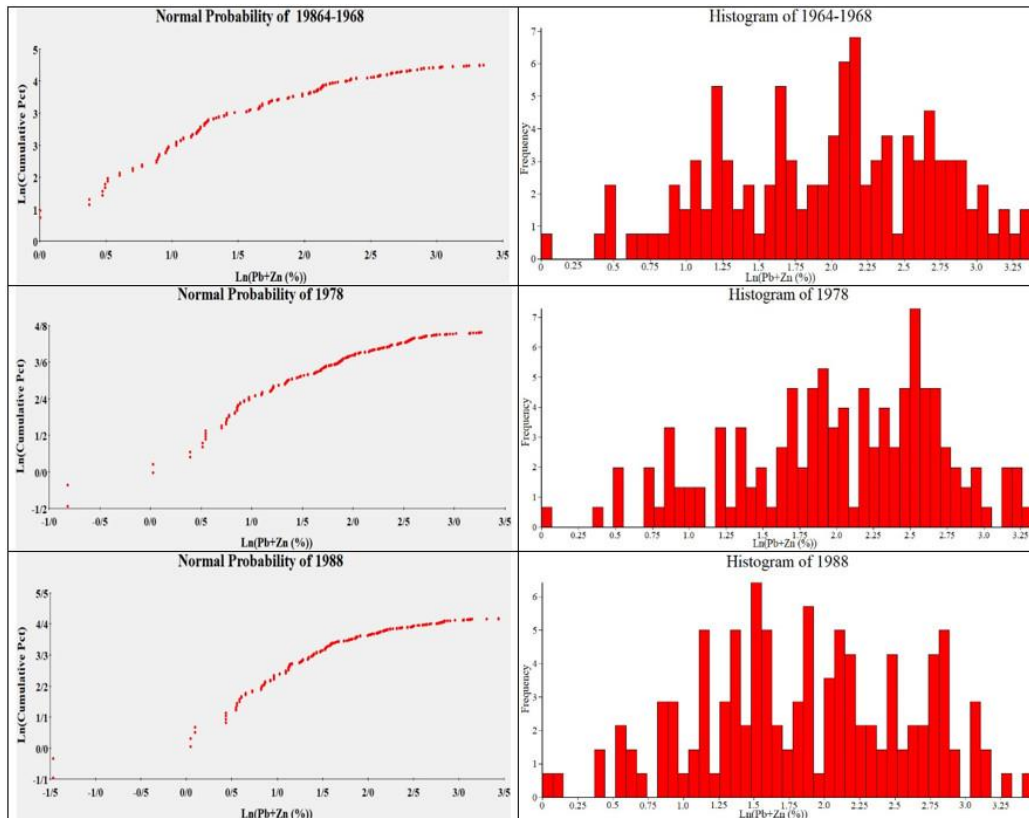
انجام عملیات واریوگرافی درست و تجزیه و تحلیل ساختار فضایی کانسار، گام نخست، و پایه و اساس تحلیل‌های زمین‌آماری است. برای تجزیه و تحلیل ساختار فضایی منطقه، واریوگرام‌های امتدادی افقی برای هر تراز ارتفاعی به صورت مجزا با آزمون‌هایی در بازه ۲۵ تا ۱۳۵ درجه ترسیم شد و دو واریوگرام افقی بهتر در راستاهای عمودبرهم انتخاب شدند. با توجه به لاگ نرمال بودن توزیع داده‌های عیارسنجی، به منظور اجتناب از پیدایش ناهمسانگردی دروغین (Hassani-pak, 1998)، واریوگرافی برای مقادیر داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی تبدیل یافته انجام شد. نمودار واریوگرام‌های امتدادی ترسیم شده در راستاهای گوناگون برای ترازهای ارتفاعی مختلف، در شکل ۷ نشان

رابطه (۱)

$$RSS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]^2$$

با توجه به داده‌های جدول ۳ مقدار  $r^2$  اغلب واریوگرام‌ها بجز ترازهای ارتفاعی ۲۰۲۴ و ۲۰۳۲، بالا (بیش از ۰/۶۵) و مقدار RSS همه واریوگرام‌ها قابل قبول می‌باشد که نشان دهنده درجه اعتبار واریوگرام‌های ترسیم شده است. کم‌تر بودن نسبی مقدار  $r^2$  واریوگرام‌های ترازهای ارتفاعی

۲۰۲۴ و ۲۰۳۲ به دلیل کمتر بودن محسوس تعداد داده‌های اکتشافی این ترازهای ارتفاعی نسبت به سایر ترازهای ارتفاعی دیگر است. افزودنی است که برای داده‌های تراز ارتفاعی ۲۰۳۲ بجز راستای آزمون ۱۱۰ درجه، ساختار فضایی مناسبی یافت نشد و در نتیجه تنها یک واریوگرام آورده شده است.



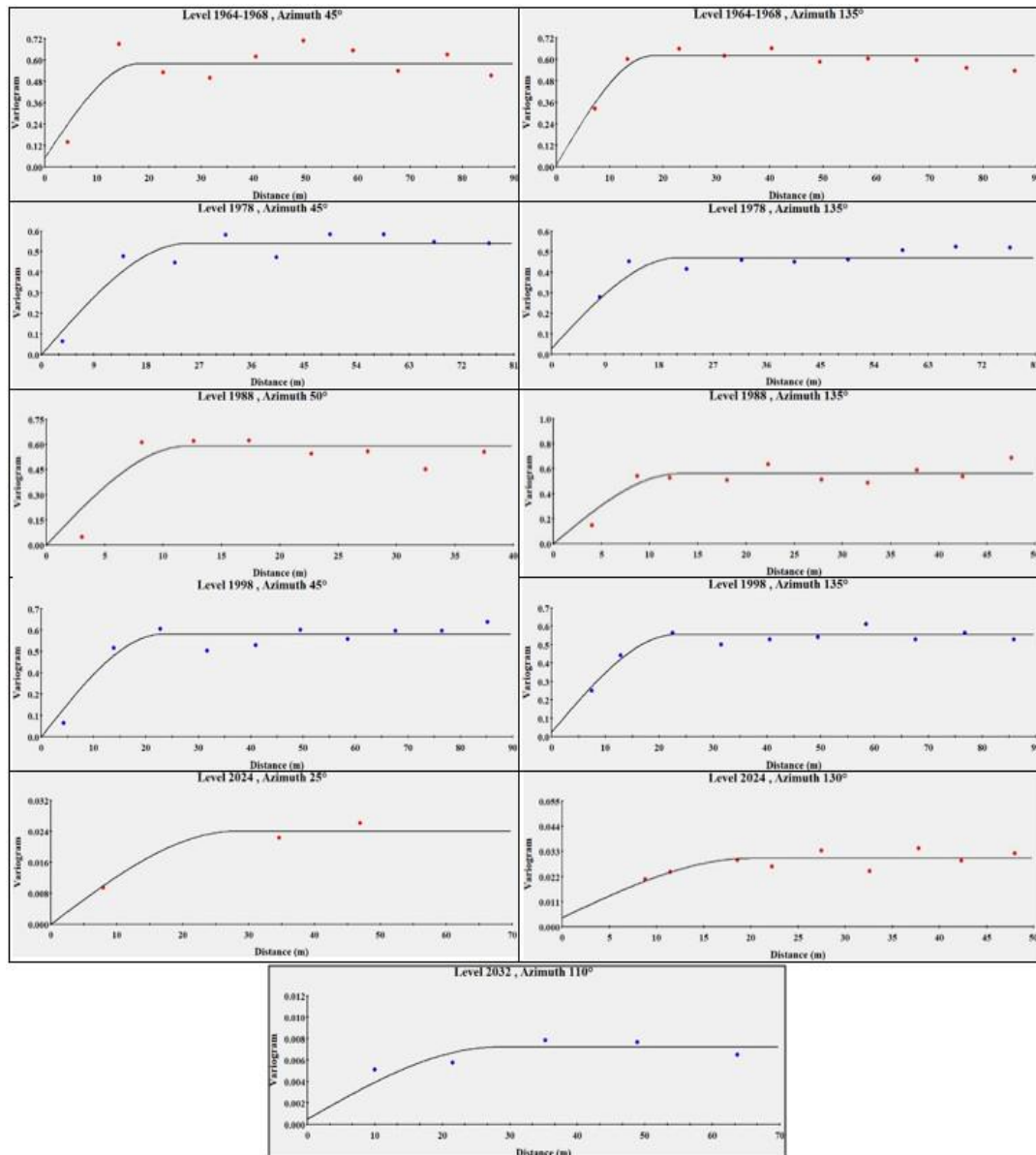
شکل ۶: نمودار هیستوگرام و توزیع احتمال تجمعی لگاریتم داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی سه تراز ارتفاعی ۱۹۶۸-۱۹۶۴، ۱۹۷۸ و ۱۹۸۸ متر.

Fig. 6: Histogram and cumulative probability distribution of logarithm of total lead and zinc assay data for three elevation levels of 1964-1968, 1978 and 1988 m.

مورد مطالعه دارای ناهمسانگردی از نوع هندسی می‌باشد (Rendu, 1981). با برازش یک بیضی بر شعاع‌های تاثیر واریوگرام‌های امتدادی مختلف در هر تراز ارتفاعی، شعاع‌های بیضی جستجوی نهایی برای تخمین عیار مجموع سرب و روی انتخاب شد.

#### فرآیند تخمین عیار کانسار

مطابق نمودار واریوگرام‌های امتدادی شکل ۷ تمامی مدل‌های تئوری منطبق بر واریوگرام‌های تجربی، از نوع کروی بوده و واریوگرام‌های امتدادی در جهات مختلف دارای سقف یکسان ولی شعاع تاثیر متفاوت هستند؛ بنابراین منطقه



شکل ۷: واریوگرام امتدادی داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی ترسیم‌شده در آزیموت‌های مختلف برای ترازهای ارتفاعی گوناگون.  
 Fig. 7: Strike variograms of total lead and zinc assay data plotted in various azimuths for different elevation levels.

جدول ۳: ویژگی‌های واریوگرام‌های امتدادی داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی در ترازهای ارتفاعی مختلف.

Table 3: Characteristics of strike variograms of total lead and zinc assay data at different elevation levels.

Elevation level	Azimuth (Degree)	Variogram model	Lag distance (m)	Angular tolerance (Degree)	Nugget effect (% <sup>2</sup> )	Sill (% <sup>2</sup> )	Range (m)	r <sup>2</sup>	RSS
1964-1968	45	Spherical	90	37	0.050	0.580	18	0.709	0.273
1968	135	Spherical	90	37	0.010	0.620	18	0.709	0.284
1978	45	Spherical	81	40	0.000	0.540	25	0.723	0.163
1978	135	Spherical	81	40	0.030	0.470	21	0.751	0.154
1988	50	Spherical	40	40	0.001	0.590	12	0.810	0.249
1988	135	Spherical	50	40	0	0.560	13	0.670	0.562
1998	45	Spherical	90	40	0	0.560	23	0.840	0.138
1998	135	Spherical	90	40	0.040	0.555	23	0.840	0.146
2024	25	Spherical	70	40	0	0.024	28	0.450	0.00037
2024	130	Spherical	50	40	0.004	0.030	20	0.494	0.0019
2032	110	Spherical	70	25	0.0005	0.0072	28	0.596	0.000068



تخمینی  $\{Z^*(x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  را همراه با واریانس تخمین مربوطه  $\{\sigma_k^2(x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  به دست آورد. خطای تخمین جک‌نایف مطابق رابطه ۲ تعریف می‌شود. (رابطه ۲)

$$R_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]$$

که در این رابطه  $Z(x_i)$  مقدار اندازه‌گیری شده و  $Z^*(x_i)$  مقدار تخمین زده شده برای یک نقطه معین است. واریانس خطای جک‌نایف نیز به صورت رابطه ۳ محاسبه می‌شود. (رابطه ۳)

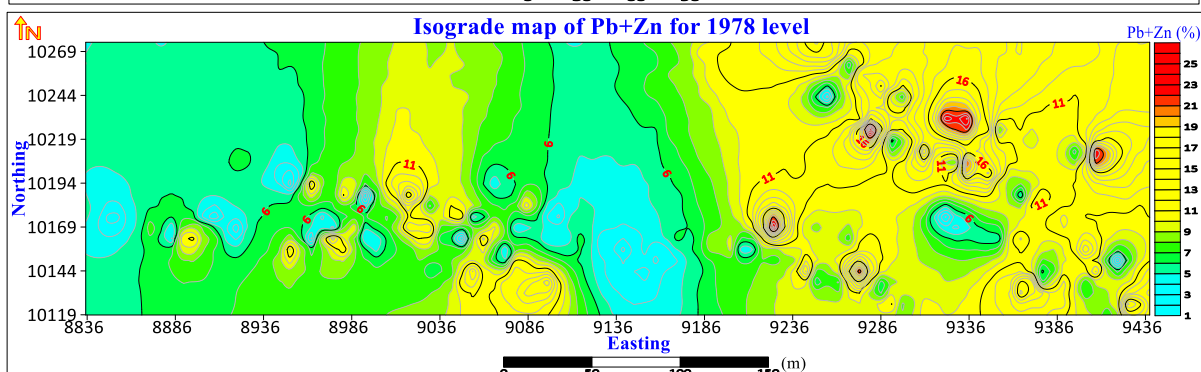
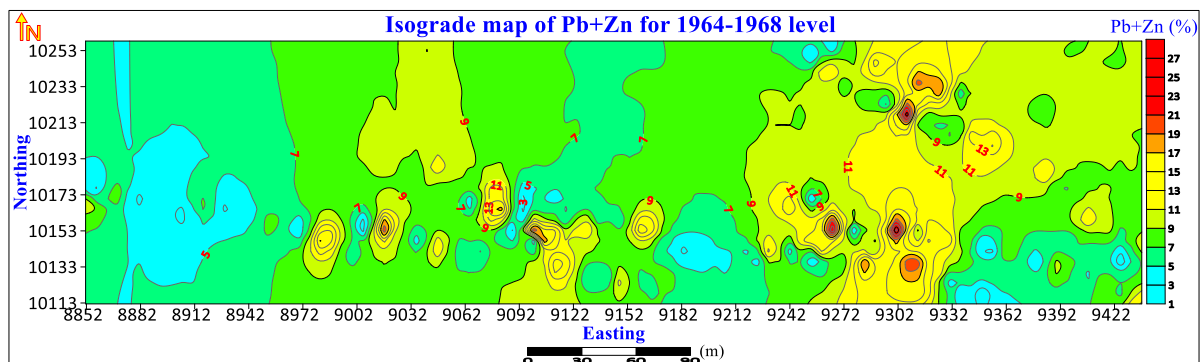
$$V_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]^2$$

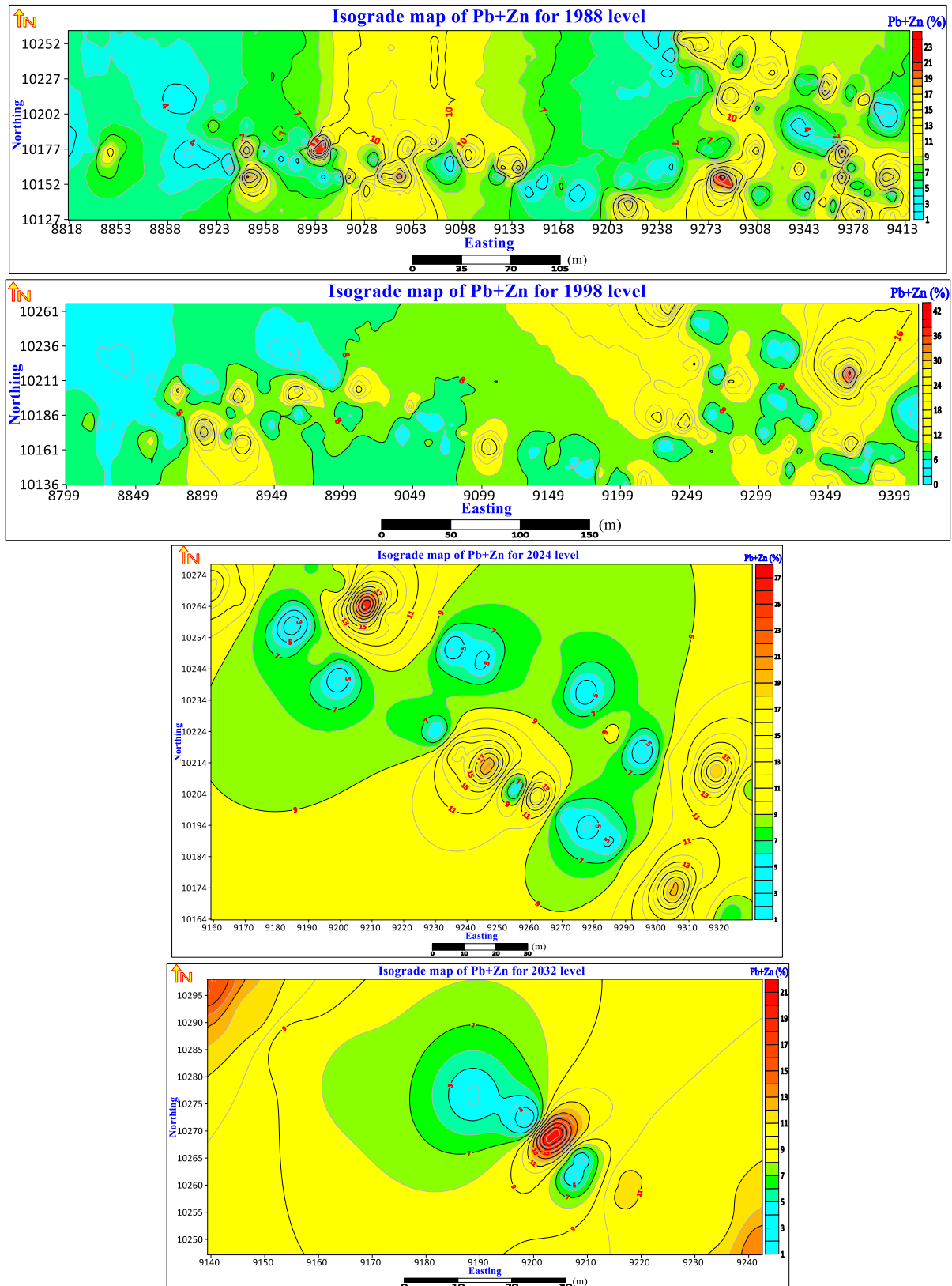
واریانس خطای جک‌نایف بازتاب دقت تخمین به روش کریجینگ است که این مقدار باید حتماً کمتر از واریانس بین داده‌های اصلی بوده و تا حد ممکن کوچک باشد (کمینه باشد). اعتبارسنجی متقابل داده‌های عیارسنجی مجموع سرب و روی کانسار عمارت برای ترازهای ارتفاعی مختلف در شکل ۹ نشان داده شده است. مطابق این شکل، میزان ضریب تعیین رگرسیون بین مقادیر عیار واقعی با تخمینی در تمامی موارد به جز تراز ارتفاعی ۲۰۲۴، مقداری بیش از ۰/۵ می‌باشد که نشان‌دهنده همبستگی خوب بین داده‌هاست. بنابراین تخمین صورت گرفته از درجه اعتبار مطلوبی برخوردار است.

در شکل ۸ نقشه هم‌عیار مجموع سرب و روی حاصل از فرایند تخمین برای ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار عمارت ترسیم شده است. برای این منظور اندازه هر سلول (بلوک) براساس اندازه و ابعاد و مساحت سطح گسترش ماده معدنی در هر تراز ارتفاعی ۱۰×۱۰ متر انتخاب شد. سپس تخمین عیار هر بلوک مربعی به روش لاگ کریجینگ معمولی بلوکی برای داده‌های تبدیل یافته انجام شد و واریانس تخمین هر بلوک نیز بدست آمد. مطابق شکل ۸ در اغلب ترازهای ارتفاعی کانسار سرب و روی عمارت، عیار ماده معدنی در نیمه شرقی از نیمه غربی بالاتر است.

### اعتبارسنجی فرآیند تخمین عیار

یکی از روش‌های بررسی درستی نتایج تخمین، اعتبارسنجی متقابل<sup>۷</sup> با روش کریجینگ جک‌نایف<sup>۸</sup> است (Jun and Dongsheng, 2012; Efron, 1987). در این روش بر اساس مدل واریوگرام، هر بار یکی از داده‌های ورودی (معلوم) با استفاده از نمونه‌های همسایگی اطراف آن نمونه به روش کریجینگ تخمین زده می‌شود و مقادیر تخمینی با مقادیر واقعی مقایسه می‌شوند. به عبارت دیگر هر مقدار معلومی با فرض اینکه مقدار آن مجهول است، تخمین زده می‌شود. بنابراین، برای مجموعه‌ای از  $n$  نقطه  $\{Z(x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  می‌توان مجموعه‌ای از نقاط

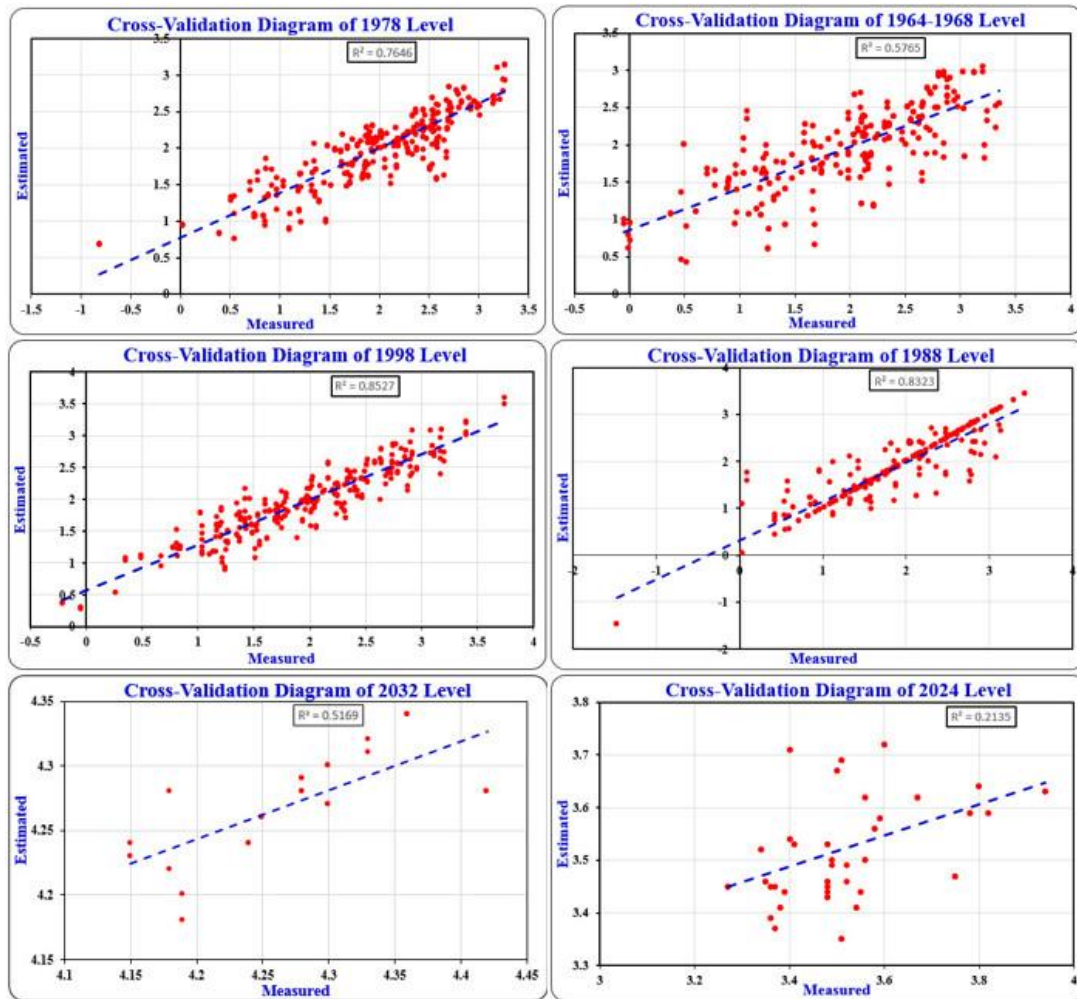




شکل ۸: نقشه هم‌عیار مجموع سرب و روی حاصل از فرایند تخمین برای ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار عمارت.

Fig. 8: Isograds map of estimated total lead and zinc grade for different elevation levels of the Emarat deposit.

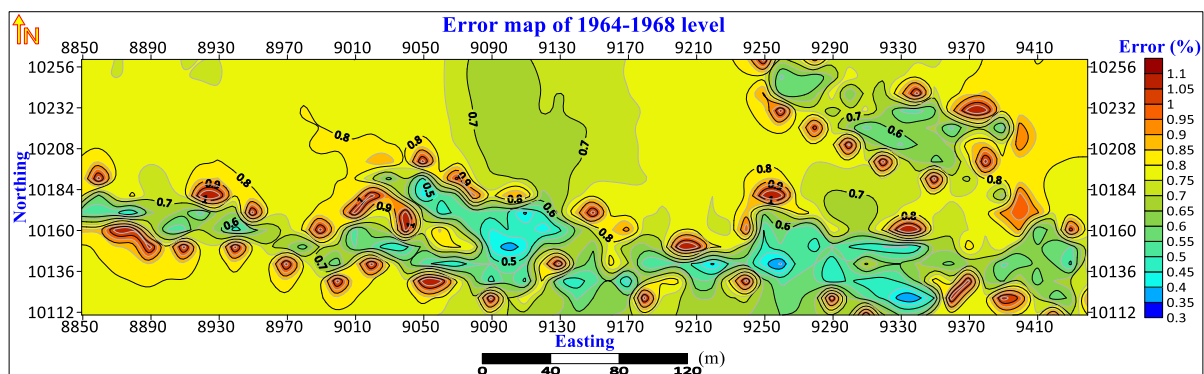


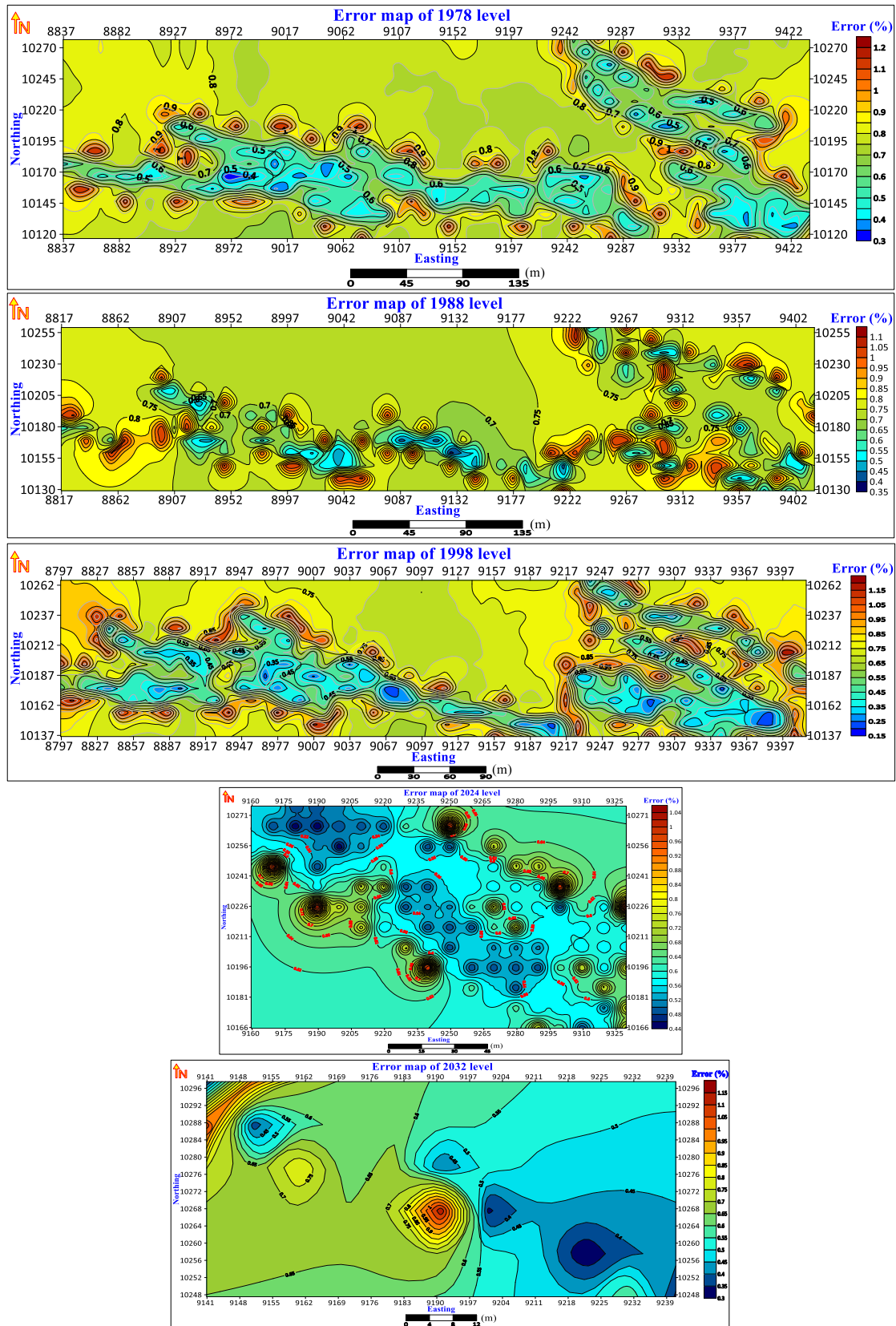


شکل ۹: نمودار اعتبارسنجی متقابل تخمین به روش کریجینگ جک‌نایف برای ترازهای ارتفاعی مختلف. Fig. 9: Cross-validation chart of jackknife estimation using kriging for different elevation levels.

به این نقشه‌ها سطح وسیعی از محدوده‌های نمونه‌برداری شده و تخمین‌زده شده دارای خطای زیر نیم درصد (بخش‌های با رنگ آبی تیره تا آبی روشن) بوده و در نتیجه در مجموع، میزان خطای تخمین کریجینگ عیار مجموع سرب و روی کانسار عمارت قابل قبول است.

شکل ۱۰ نیز نقشه توزیع خطای (انحراف معیار) تخمین عیار مجموع سرب و روی را برای ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار عمارت نشان می‌دهد. در این نقشه‌ها بخش‌های تنک (با خطوط تراز کم) مربوط به محدوده‌های فاقد تونل، بدون نمونه‌برداری و در نتیجه عدم تخمین می‌باشد. با توجه





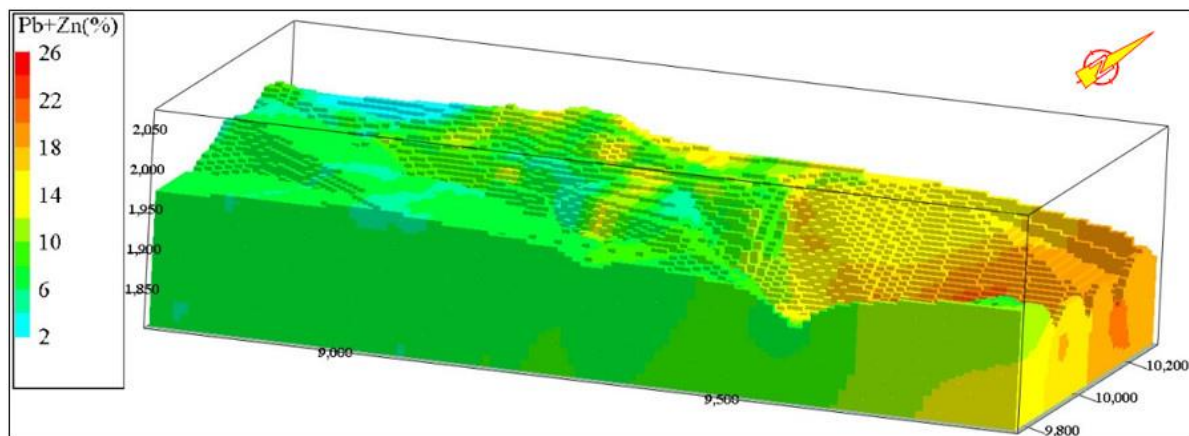
شکل ۱۰: نقشه توزیع خطای تخمین عیار مجموع سرب و روی ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار عمارت.

Fig. 10: Distribution map of estimation error for the total lead and zinc grade at the various elevation levels of the Emarat deposit.

### ساخت مدل بلوکی کانسار

همواره توده‌های کانساری مختلف دارای شکل‌های هندسی نامنظمی هستند. به منظور عملیات تخمین عیار و برآورد درست میزان ذخیره توده‌های کانساری به‌ویژه با اشکال هندسی نامنظم، گام نخست، ساخت مدل بلوکی (بلوک بندی) کانسار می‌باشد. به عبارت دیگر بایستی شکل هندسی نامنظم به شکل هندسی منظم تبدیل شود تا محاسبه دقیق حجم امکان‌پذیر گردد. در فرآیند بلوک‌بندی، فضای تخمین به بلوک‌هایی با اندازه مناسب تقسیم می‌شود تا تخمین عیار هر بلوک با یک روش درون‌یابی مناسب به کمک عیار نمونه‌های معلوم درون و بیرون آن صورت گیرد. ساخت مدل بلوکی کانسار، بسیار مهم و حیاتی است زیرا میزان دقت این مرحله از فرآیند به‌طور مستقیم بر روی دقت نتایج تخمین ذخیره، تاثیر قابل‌توجهی می‌گذارد (Ahmadi and Ehsan-nejad, 2022; Rossi and Deutsch, 2014). در شکل ۱۱ مدل بلوکی سه‌بعدی عیارسنجی کل کانسار سرب و روی عمارت نشان داده شده است. برای ساخت این مدل از یک مدل شبکه‌ای اولیه به ابعاد  $1110 \times 530 \times 265$  متر با سلول‌های  $10 \times 10 \times 10$  متری و داده‌های عیارسنجی تخمینی ترازهای ارتفاعی

مختلف به‌کمک الگوریتم عکس فاصله وزن‌دار پیشرفته<sup>۹</sup> استفاده شده است. از آنجایی که فاصله بین ترازهای ارتفاعی در کانسار حدود ۱۰ متر است، بنابراین ارتفاع بلوک‌ها نیز برابر با ۱۰ متر، یعنی پنج متر بالا و پایین هر تراز ارتفاعی منظور شده است. در الگوریتم عکس فاصله وزن‌دار پیشرفته امکان وزن‌دهی فاصله با توان متفاوت در جهات مختلف وجود دارد. در این مورد به داده‌های در راستاهای افقی (تونل‌های اکتشافی در هر تراز ارتفاعی) به‌دلیل تغییرپذیری بیشتر، وزن دو و در راستای قائم (فاصله بین ترازهای ارتفاعی مختلف) وزن یک نسبت داده شد. راهنمای رنگی عیاری در این شکل، تغییرات میزان عیار ماده معدنی در منطقه را بر حسب درصد نشان می‌دهد. مطابق این شکل تغییرات عیار منطقه مورد مطالعه با کمترین مقدار دو درصد و بیشترین مقدار ۲۶ درصد به ۱۲ محدوده رنگی با رنگ‌های مختلف تقسیم شده است. براساس این شکل بخش بزرگی از محدوده دارای عیار مطلوب (بیش از شش درصد) است و تقریباً نیمی از محدوده، دارای عیار بالا (بیش از ۱۰ درصد) می‌باشد که در نیمه شرقی محدوده قرار دارد. البته توپوگرافی سطح زمین نیز در شرق محدوده نسبت به غرب پایین‌تر است.



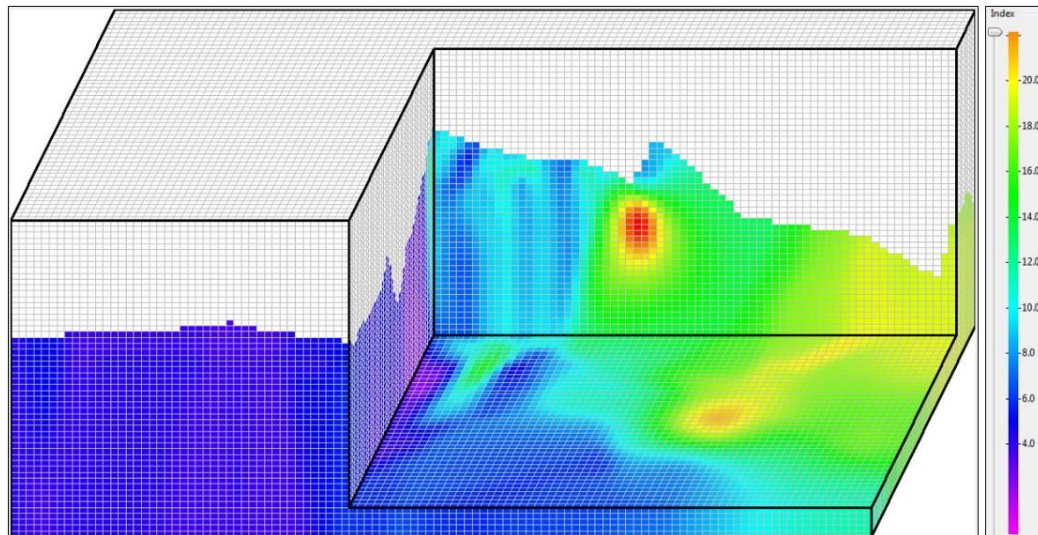
شکل ۱۱: مدل سه‌بعدی عیارسنجی کل کانسار سرب و روی عمارت.

Fig. 11: 3D assay model of the Emarat Pb-Zn deposit.

ممکن مشاهده تغییرات عیارسنجی درون آن امکان‌پذیر شود.

در شکل ۱۲ نیز برشی از مدل سه‌بعدی عیارسنجی کل کانسار سرب و روی عمارت نشان داده شده است. در این شکل، برش مدل در جهات مشخصی انتخاب شده تا حد





شکل ۱۲: برشی از مدل سه‌بعدی عیارسنجی کل کانسار سرب و روی عمارت.  
 Fig. 12: A slice of the 3D assay model of the Emarat Pb-Zn deposit.

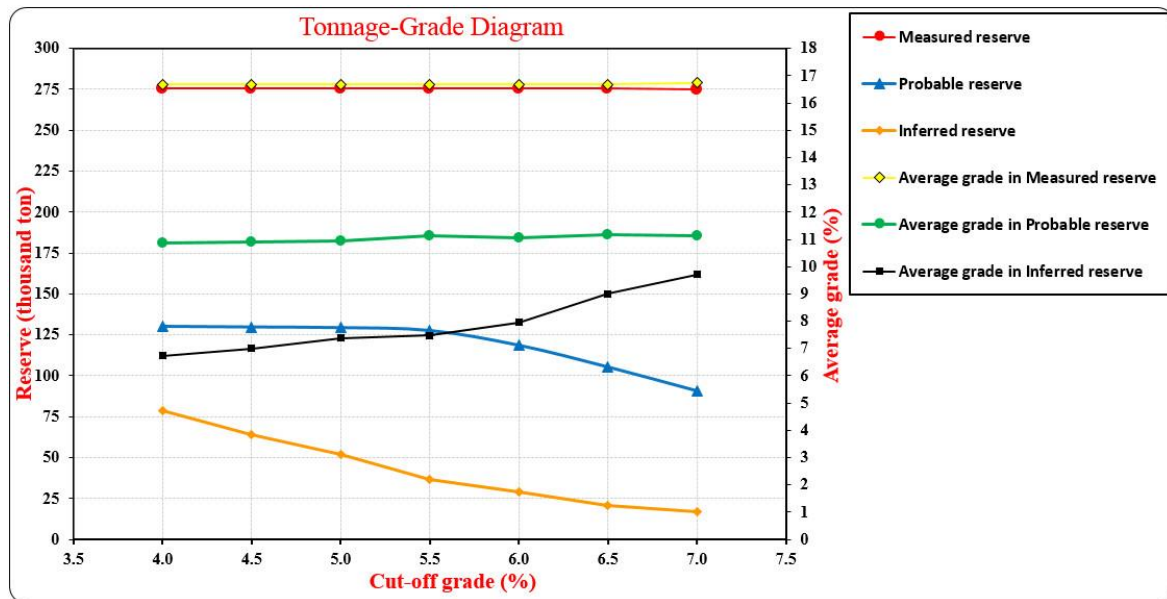
گرفته است. واریانس تخمین نسبی از تقسیم واریانس تخمین هر بلوک بر مجذور عیار تخمین زده شده آن بلوک به دست می‌آید. بر اساس نوع، شرایط و ویژگی‌های کانسار سرب و روی عمارت، روش استخراج و ارزش روز ماده معدنی، تخمین ذخیره کانسار به‌ازای هفت عیار حد ۴، ۴/۵، ۵، ۵/۵، ۶، ۶/۵ و ۷ درصد صورت گرفت. برای محاسبه میزان ذخیره خالص ماده معدنی نیز جرم مخصوص به‌طور متوسط برابر با ۳ گرم بر سانتی‌متر مکعب منظور شد. جزئیات محاسبه ذخیره کانسار عمارت به‌ازای عیارحدهای مختلف برای رده‌های مختلف ذخیره در جدول ۴ خلاصه شده است. در شکل ۱۳ نیز نمودار عیار- تناژ کل کانسار برای رده‌های مختلف ذخایر قطعی، احتمالی و ممکن نشان داده شده است.

**تخمین ذخیره و ترسیم نمودار عیار- تناژ کانسار**  
 ذخایر معدنی را می‌توان براساس معیارهای مختلف رده بندی نمود (Ahmadi and Sadat Koodehi, 2018; Sadat Koodehi, 2017) یکی از رده‌بندی‌های مفید ذخایر معدنی، تقسیم‌بندی ذخیره بر اساس میزان درصد خطای تخمین است. بر این اساس ذخایر به سه رده A، B و C تقسیم‌بندی می‌شوند. رده A با خطای تخمین کمتر از ۲۰ درصد به‌عنوان ذخیره اندازه‌گیری شده<sup>۱۰</sup> یا قطعی یا اثبات شده<sup>۱۱</sup>، رده B با خطای تخمین بین ۲۰ تا ۳۰ درصد به‌عنوان ذخیره شناسایی شده<sup>۱۲</sup> یا احتمالی<sup>۱۳</sup> و رده C با خطای تخمین بیش از ۳۰ درصد به‌عنوان ذخیره انتظاری<sup>۱۴</sup> یا استنباط شده<sup>۱۵</sup> شناخته می‌شود. در این پژوهش رده‌بندی ذخیره بر اساس روش واریانس تخمین نسبی<sup>۱۶</sup> صورت

جدول ۴: نتایج تخمین رده‌های مختلف ذخیره کانسار سرب و روی عمارت به‌ازای عیارحدهای گوناگون بر اساس معیار واریانس تخمین نسبی.

Table 4: Results of estimating different reserve categories of the Emarat Pb-Zn deposit for various cut off grades based on the relative estimation variance criterion.

Cut-off grade (%)	Proven reserve (ton)	Probable reserve (ton)	Prospected reserve (ton)
4	275596.893	130200.628	78893.097
4.5	275596.893	129822.075	63903.501
5	275596.893	129415.219	51808.521
5.5	275596.893	127658.374	36758.075
6	275596.893	118529.534	28846.896
6.5	275596.893	105156.689	20512.788
7	274781.894	90437.684	17195.272



شکل ۱۳: نمودار عیار- تناژ کانسار سرب و روی عمارت برای سه رده ذخیره قطعی، احتمالی و ممکن.

Fig. 13: Tonnage-grade diagram of the Emarat Pb-Zn deposit for three categories of proven, probable and prospected reserves.

به فضای سه بعدی تعمیم داده شد. در نهایت میزان ذخیره کانسار به ازای عیارحدهای گوناگون و براساس میزان درصد خطای تخمین، برای رده‌های مختلف تعیین شد و درجه اعتبار تخمین‌های صورت گرفته با اعتبارسنجی متقابل به روش کریجینگ جک‌نایف و ترسیم نقشه‌های خطا به اثبات رسید. از آنجایی که روش‌های تخمین زمین‌آماری به دلیل ناریب بودن و داشتن کمترین واریانس تخمین، از دقیق‌ترین روش‌های تخمین هستند، بنابراین نتایج تخمین میزان عیار و ذخیره کانسار در پژوهش حاضر از درجه اعتبار و دقت بالایی نیز برخوردارند. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهند که در برخی از موارد برحسب شرایط کانسار مورد مطالعه و نوع فعالیت‌های اکتشافی انجام شده، می‌توان عملیات مدل‌سازی و تخمین ذخیره کانسار را با استفاده از روش‌های نوین و دقیق زمین‌آماری با رویکرد کاهش بعد و تبدیل فضای تخمین از دوبعدی به سه بعدی، فرآیند تخمین را به‌طور ساده‌تر و البته با دقت مطلوب انجام داد. نتایج این پژوهش برای تمام کاربران علوم زمین شامل زمین‌شناسان، مهندسی اکتشاف و استخراج معدن مفید خواهد بود.

#### سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله از هیچ سازمان یا ارگانی کمک مالی دریافت نکرده‌اند.

در نمودار عیار- تناژ شکل ۱۳، نمودارهای ذخیره قطعی و متوسط عیار نظیر ذخیره قطعی کانسار به ازای عیارحدهای مختلف، دارای تغییرات کم هستند و با فاصله اندک از یکدیگر قرار دارند. تغییرات اندک و حالت تقریباً افقی این دو نمودار به دلیل بالا بودن عیار مجموع سرب و روی کانسار در بخش ذخیره قطعی است که با استفاده از فعالیت‌های اکتشافی بیشتری اکتشاف شده و خطای تخمین آن نیز کمتر است.

#### نتیجه‌گیری

در این پژوهش از رویکردی نوین برای تخمین زمین‌آماری عیار و میزان ذخیره کانسار سرب و روی عمارت استفاده شد. برای دستیابی به هدف، براساس داده‌های ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار، ابتدا تخمین دوبعدی زمین‌آماری با روش لاگ کریجینگ مقاطع برای هر تراز ارتفاعی به‌طور جداگانه صورت گرفت و سپس مدل بلوکی سه بعدی کانسار ایجاد شد. برای این منظور متوسط فاصله بین ترازهای ارتفاعی متوالی (یعنی حدود ۱۰ متر) به‌عنوان ارتفاع بلوک‌ها منظور گردید. در واقع در این پژوهش داده‌های اکتشافی موجود در سطوح افقی در ترازهای ارتفاعی مختلف کانسار سرب و روی عمارت، از طریق واریوگرافی و تخمین زمین‌آماری دوبعدی، به کمک بلوک‌بندی و ساخت مدل بلوکی،

## پانویس

- 1-Mississippi-Valley Type (MVT)
- 2-Log-kriging
- 3-Indicator kriging
- 4-Disjunctive kriging
- 5-Determination coefficient
- 6-Residual Sum of Squares
- 7-Cross-validation
- 8-Jackknife

- 9-Advanced inverse distance weighted (AIDW)
- 10-Measured reserve
- 11-Proven reserve
- 12-Indicated reserve
- 13-Probable reserve
- 14-Prospected reserve
- 15-Inferred reserve
- 16-Relative estimation variance

## References

- Ahmadi, R. and Ehsan-nejad, J., 2022. Employing non-linear geostatistical estimation methods for grade modeling and ore reserve estimation of Yazd, Aliabad copper deposit based on selecting optimal size of blocks, *Earth and Statistics*, v. 2(1), p. 1-12.
- Ahmadi, R. and Sadat Koodehi, S.M., 2018. Classification and reserve estimation of Robat Arregije Pb-Zn deposit, Khomein Township, Markazi Province, using geostatistical methods. *New Findings in Applied Geology*, v. 12(24), p. 39-53 (In Persian).
- Ahmadi, R., 2010. Application of statistical patterns for ore reserve estimation emphasis to Ali-abad, Yazd copper mine. Arak University of Technology, Arak, Report 1, 102 p (In Persian).
- Ahmadi, R., 2011. Comparison of the results of linear and non-linear geostatistical methods for modeling and evaluation of Saveh North-Narbaghi copper ore reserve. *Quarterly Iranian Journal of Geology*, v. 14(56), p. 43-59 (In Persian).
- Ataepour, M., 2019. Principles of 2D ore-body modelling. Amirkabir University of Technology (Tehran Poly technique), Tehran, 326 p (In Persian).
- Dimitrakopoulos, R., 2020. Ore reserve estimation and strategic mine planning: stochastic models and optimizations with case studies, Springer-Verlag New York Inc., 325 p.
- Efron, B., 1987. The Jackknife, the Bootstrap, and other resampling plans (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Series Number 38), Society for Industrial and Applied Mathematics, 100 p.
- Ehya, F., Lotfi, M. and Rasa, I., 2010. Emarat carbonate-hosted Zn-Pb deposit, Markazi Province, Iran: A geological, mineralogical and isotopic (S, Pb) study, *Journal of Asian Earth Sciences*, v. 37, p. 186-194.
- Erickson, A.J., 1992. Geological interpretation, modeling and representation. In: H. Hartman (Editor), *SME Mining Engineering Handbook*. SME-AIME, New York, p. 333-343.
- Faraji, K., 2009. Exploitation plan of Emarat lead and zinc deposit: A report by Shahin. Industrial and Mining Company, Iran, 30 p.
- Hassani-Pak, A.A. and Sharafodin, M., 2001. Exploration data analysis. Tehran University Press, 987 p (In Persian).
- Hassani-pak, A.A., 1998. Geostatistics. Tehran University Press, 314 p. (In Persian).
- Jones, O., Aspandiar, M.F., Dugdale, A. and Smith, B., 2019. The business of mining: mineral deposits, exploration and ore-reserve estimation. London, CRC press, 194 p.
- Jun, S. and Dongsheng, T., 2012. The Jackknife and bootstrap (Springer series in statistics), Springer, 534 p.
- Karimpour, M.H. and Saadat, S., 2004. Applied Economic Geology. Mashhad University Press, Mashhad (In Persian).
- Madani, H., 1995. Basics of Geostatistics. Amirkabir University of Technology- Tafresh branch, Tafresh, 659 p (In Persian).
- Melakpour, H., 2009. Report of exploration operation of the Emarat mine, Shahin Industrial and Mining Company (In Persian).
- Rajabi, A., Rastad, E. and Canet, C., 2012. Metallogeny of Cretaceous carbonate-hosted Zn-Pb deposits of Iran: geotectonic setting and data integration for future mineral exploration, *International Geology Review*, v. 54(14), p. 1649-1672.
- Rastad, E., 1981. Geological, mineralogical, and ore facies investigations on the Lower Cretaceous stratabound Zn-Pb (Ba-Cu-) deposits of the Irankuh Mountain range, Esfahan, West Central Iran, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 334 p.
- Rendu, J.M., 1981. An introduction to geostatistical methods of mineral evaluation, South African Institute of Mining and Metallurgy monograph series, Johannesburg, 84 p.
- Rossi, M.E. and Deutsch, C.V., 2014. Mineral resource estimation, 1<sup>st</sup> Edition, Springer Dordrecht Heidelberg New York London, 332 p.
- Sadat Koodehi, S.M., 2017. Reserve estimation of Khomein-Robat Pb-Zn deposit using geometrical and geostatistical methods. MSc. thesis of mining engineering, Arak University of Technology, 128 p (In Persian).
- Yates, S.R. and Warrick, A.W., 1987. Estimating soil water content using Co-Kriging, *Soil Science Society of America Journal*, v. 51, p. 23-30.